

SPAECE

BOLETIM PEDAGÓGICO
MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO

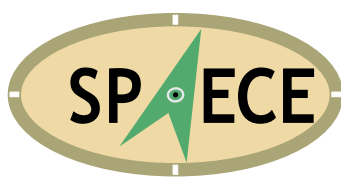
2011



GOVERNO DO
ESTADO DO CEARÁ
Secretaria da Educação



SISTEMA PERMANENTE DE AVALIAÇÃO
DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CEARÁ



Governador
Cid Ferreira Gomes

Vice-Governador
Domingos Gomes de Aguiar Filho

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

Secretária da Educação
Maria Izolda Cela de Arruda Coelho

Secretário Adjunto da Educação
Maurício Holanda Maia

Secretário Executivo
Antônio Idilvan de Lima Alencar

Assessora Institucional
Cristiane Carvalho Holanda

Coordenadora de Avaliação e Acompanhamento da Educação
Betânia Maria Gomes Raquel

Célula de Avaliação de Desempenho Acadêmico da Secretaria da Educação

Orientadora
Carmilva Souza Flôres

Assessora técnica
Maria Iaci Cavalcante Pequeno

Assistentes técnicas
Francisca Eliane Dias de Carvalho
Rosângela Teixeira de Sousa

Equipe Técnica
Estefânia Maria Almeida Martins
Geanny de Holanda Oliveira
Luzia de Queiroz Hippolyto
Maria Assunção Oliveira Monteiro
Mirna Gurgel Carlos da Silva
Teresa Márcia Almeida da Silveira
Vanessa Lima Cunha (Estagiária)

Equipe de Gestão de Dados
Maria Angela Leão Hitzschky Madeira
Cláudio Brasilino de Freitas
Philipe Azevedo de Araújo

Revisão
Estefânia Maria Almeida Martins
Francisca Eliane Dias de Carvalho
Luzia de Queiroz Hippolyto
Maria Iaci Cavalcante Pequeno
Mirna Gurgel Carlos da Silva
Rosa Gomes de Oliveira Kubernat
Rosângela Teixeira de Sousa
Teresa Márcia Almeida da Silveira

7

A IMPORTÂNCIA DOS RESULTADOS

8 Os resultados da sua escola

13

A ESCALA DE PROFICIÊNCIA

15 A estrutura da Escala de Proficiência
16 Domínios e Competências
34 Da aritmética do cotidiano ao problema algébrico

39

PADRÕES DE DESEMPENHO ESTUDANTIL

40 Muito Crítico
46 Crítico
49 Intermediário
54 Adequado
62 Com a palavra, o professor

65

O TRABALHO CONTINUA



A IMPORTÂNCIA DOS RESULTADOS

As avaliações em larga escala realizadas pelo Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), ao oferecer medidas acerca do progresso do sistema de ensino como um todo e, em particular, de cada escola, atendem a dois propósitos principais: o de prestar contas à sociedade sobre a eficácia dos serviços educacionais oferecidos à população, e o de fornecer subsídios para o planejamento das escolas em suas atividades de gestão e de intervenção pedagógica. Para as escolas, a oportunidade de receber os seus resultados de forma individualizada tem como finalidade prover subsídios para o planejamento de suas ações de aprendizagem. O Boletim Pedagógico, portanto, foi criado para atender ao objetivo de divulgar os dados gerados pelo SPAECE de maneira que eles possam ser, efetivamente, utilizados como subsídio para as diversas instâncias gestoras, bem como por cada unidade escolar.

Neste boletim você encontrará os resultados desta escola em Matemática para o Ensino Médio. Para a interpretação pedagógica desses resultados, **a escala de proficiência**, com seus **domínios e competências**, será fundamental. Com ela, torna-se possível entender em quais pontos os estudantes estão em relação ao desenvolvimento das habilidades consideradas essenciais ao aprendizado da Matemática. Como você verá, o detalhamento dos níveis de complexidade das habilidades, apresentado nos domínios e competências da escala, prioriza a descrição do desenvolvimento cognitivo ao longo do processo de escolarização. Essas informações são muito importantes para o planejamento dos professores, bem como para as intervenções pedagógicas em sala de aula.

Os **padrões de desempenho** oferecem à escola os subsídios necessários para a elaboração de metas coletivas. Assim, ao relacionar a descrição das habilidades com o percentual de estudantes em cada padrão, a escola pode elaborar o seu projeto com propostas mais concisas e eficazes, capazes de trazer modificações substanciais para o aprendizado dos estudantes com vistas à promoção da equidade.

Também são apresentados, neste boletim, um artigo que traz discussões importantes sobre o ensino de Matemática e o depoimento de um professor que, como você, faz toda a diferença nas comunidades em que atua.

OS RESULTADOS DA SUA ESCOLA

Os resultados desta escola no SPAECE 2011 são apresentados sob seis aspectos, sendo que quatro deles estão impressos neste boletim. Os outros dois, que se referem aos resultados do percentual de acerto no teste, estão disponíveis no CD (anexo a este boletim) e no Portal da Avaliação, pelo link **www.spaece.caedufjf.net**. Outras informações relacionadas às matrizes de referência, aos roteiros das oficinas, aos vídeos instrucionais e aos fóruns sobre avaliação estão disponíveis também no site da SEDUC **www.seduc.ce.gov.br**.

RESULTADOS IMPRESSOS NESTE BOLETIM

1. Proficiência média

Apresenta a proficiência média da sua escola. Você pode comparar a proficiência com as médias do Estado, da sua Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação (Crede) e do seu município. O objetivo é proporcionar uma visão das proficiências médias e posicionar sua escola em relação a essas médias.

2. Participação

Informa o número estimado de estudantes para a realização do teste e quantos, efetivamente, participaram da avaliação no Estado, na sua Crede, no seu município e na sua escola.

3. Evolução do percentual de estudantes por padrão de desempenho

Permite que você acompanhe a evolução do percentual de estudantes nos padrões de desempenho das avaliações realizadas pelo SPAECE em suas últimas edições.

4. Percentual de estudantes por nível de proficiência e padrão de desempenho

Apresenta a distribuição dos estudantes ao longo dos intervalos de proficiência no Estado, na sua Crede/município e na sua escola. Os gráficos permitem que você identifique o percentual de estudantes para cada padrão de desempenho. Isso será fundamental para planejar intervenções pedagógicas voltadas à melhoria do processo de ensino e à promoção da equidade escolar.

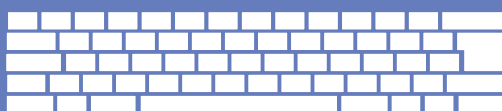
RESULTADOS DISPONÍVEIS NO CD E NO PORTAL DA AVALIAÇÃO

5. Percentual de acerto por descritor

Apresenta o percentual de acerto no teste para cada uma das habilidades avaliadas. Esses resultados são apresentados por Crede, município, escola, turma e estudante.

6. Resultados por estudante

Cada estudante pode ter acesso aos seus resultados no SPAECE. Nesse boletim, é informado o padrão de desempenho alcançado e quais habilidades ele possui desenvolvidas em Matemática para o Ensino Médio. Essas são informações importantes para o acompanhamento, pelo estudante e seus familiares, de seu desempenho escolar.





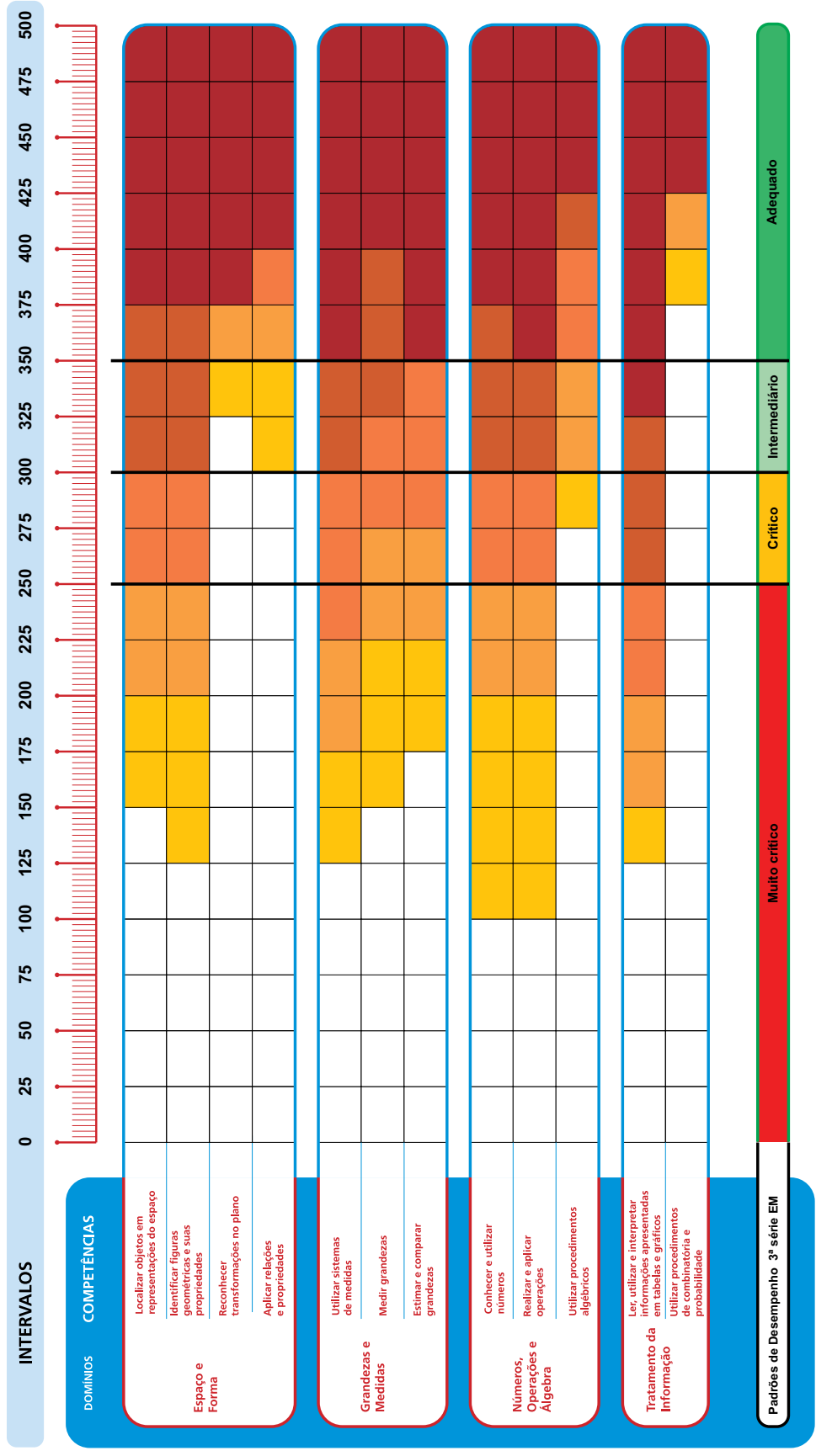
A ESCALA DE PROFICIÊNCIA

Uma escala é a expressão da medida de uma grandeza. É uma forma de apresentar resultados com base em uma espécie de régua em que os valores são ordenados e categorizados. Para as avaliações em larga escala da educação básica realizadas no Brasil, os resultados dos estudantes em Matemática são dispostos em uma escala de proficiência definida pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). As escalas do SAEB permitem ordenar os resultados de desempenho em um *continuum*, ou seja, do nível mais baixo ao mais alto. Assim, os estudantes que alcançaram um nível mais alto da escala, por exemplo, mostraram que possuem o domínio das habilidades presentes nos níveis anteriores. Isso significa que o estudante do último ano do Ensino Médio deve, naturalmente, ser capaz de dominar habilidades em um nível mais complexo do que as de um estudante do 5º ano do Ensino Fundamental.

As escalas apresentam, também, para cada intervalo, as habilidades presentes naquele ponto, o que é muito importante para o diagnóstico das habilidades ainda não desenvolvidas em cada etapa de escolaridade.

A grande vantagem da adoção de uma escala de proficiência é sua capacidade de traduzir as medidas obtidas em diagnósticos qualitativos do desempenho escolar. Com isso, os educadores têm acesso à descrição das habilidades distintas dos intervalos correspondentes a cada nível e podem atuar com mais precisão na detecção de dificuldades de aprendizagens, bem como planejar e executar ações de correção de rumos.

ESCALA DE PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA



Legenda:



A graduação de cores indica a complexidade da competência desenvolvida. Os estudantes cuja proficiência se encontra nos intervalos representados pelos quadros brancos ainda não desenvolveram essa habilidade.

A ESTRUTURA DA ESCALA DE PROFICIÊNCIA

Na primeira coluna são apresentados os grandes domínios do conhecimento de Matemática para o Ensino Médio. Esses domínios são agrupamentos de competências que, por sua vez, agregam as habilidades presentes na matriz de referência de Matemática. As colunas seguintes mostram a relação entre a escala e a matriz, para cada competência, contemplando os descritores que lhes são relacionados. As

habilidades, representadas por diferentes cores, que vão do amarelo-claro ao vermelho, estão dispostas nas várias linhas da escala. Essas cores indicam a gradação de complexidade das habilidades pertencentes a cada competência. Assim, por exemplo, a cor amarelo-clara indica o primeiro nível de complexidade da habilidade, passando pelo laranja e indo até o nível mais complexo, representado pela cor vermelha. A

legenda explicativa das cores informa sobre essa gradação na própria escala.

Na primeira linha da escala estão divididos todos os intervalos em faixas de 25 pontos, que vão de zero a 500. Os padrões de desempenho definidos pela Secretaria da Educação (Seduc) para o Ensino Médio estão agrupados nas cores vermelha, laranja, verde-clara e verde-escura.

QUADRO ESCALA-MATRIZ

DOMÍNIO	COMPETÊNCIAS	DESCRIPTORES		
		1ª série	2ª série	3ª série
ESPAÇO E FORMA	Localizar objetos em representações do espaço.	D57	*	D57
	Identificar figuras geométricas e suas propriedades.	*	D46 e D52	D52
	Reconhecer transformações no plano.	D49	D49	D49 e D56
	Aplicar relações e propriedades.	D53	D50, D51 e D53	D50, D51, D53, D54, D55 e D58
GRANDEZAS E MEDIDAS	Utilizar sistemas de medidas.	*	D64	D64
	Medir grandezas.	D65 e D67	D65, D67, D68 e D70	D65, D67, D71 e D72
	Estimar e comparar grandezas.	*	*	*
NÚMEROS, OPERAÇÕES E ÁLGEBRA	Conhecer e utilizar números.	D11, D16 e D22	D16 e D22	D16
	Realizar e aplicar operações.	D17 e D23	D21	*
	Utilizar procedimentos algébricos.	D18, D19, D28, D29, D30, D31, D32, D33, D34, D35, D37, D39 e D44	D18, D28, D36, D38 e D43	D19, D20, D24, D28 e D40
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	Ler, utilizar e interpretar informações apresentadas em tabelas e gráficos.	D75 e D76	D75 e D76	D76 e D78
	Utilizar procedimentos de combinatória e probabilidade.	*	D41 e D42	D42

DOMÍNIOS E COMPETÊNCIAS

Os domínios da escala de proficiência agrupam as competências básicas ao aprendizado de Matemática para toda a educação básica.

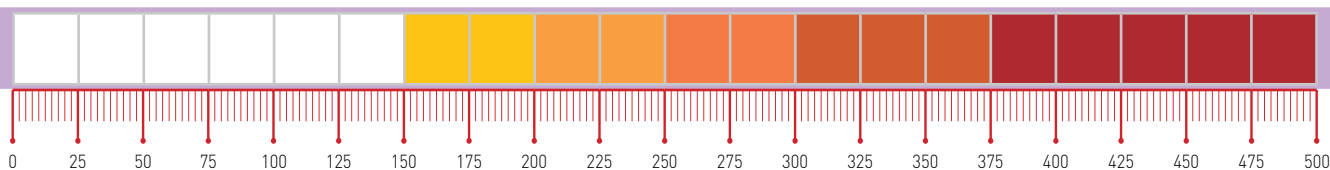
Ao relacionar os resultados de sua escola a cada um dos domínios da escala de proficiência e aos respectivos intervalos de gradação de complexidade da habilidade, é possível diagnosticar, com precisão, dois pontos principais: o primeiro se refere ao nível de desenvolvimento obtido no teste e o segundo ao que é esperado dos estudantes nas etapas de escolaridade em que se encontram. Com esses dados, é possível implementar ações em nível de sala de aula com vistas ao aperfeiçoamento das habilidades ainda não desenvolvidas, o que, certamente, contribuirá para a melhoria do processo educativo da escola.

ESPAÇO E FORMA

Vivemos num mundo em que, constantemente, precisamos nos movimentar, localizar objetos, localizar ruas e cidades em mapas, identificar figuras geométricas e suas propriedades para solucionar problemas.

Na Matemática, o estudo do Espaço e Forma é de fundamental importância para que o estudante desenvolva várias habilidades como percepção, representação, abstração, levantamento e validação de hipóteses, orientação espacial; além de propiciar o desenvolvimento da criatividade. O estudo deste domínio pode auxiliar a desenvolver, satisfatoriamente, todas essas habilidades, podendo, também, nos ajudar a apreciar, com outro olhar, as formas geométricas presentes na natureza, nas construções e nas diferentes manifestações artísticas. Estas competências são trabalhadas desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, permitindo que, a cada ano de escolaridade, os estudantes aprofundem e aperfeiçoem o seu conhecimento neste domínio, desenvolvendo, assim, o pensamento geométrico necessário para solucionar problemas.

COMPETÊNCIA: LOCALIZAR OBJETOS EM REPRESENTAÇÕES DO ESPAÇO



Um dos objetivos do ensino de Espaço e Forma em Matemática é propiciar ao estudante o desenvolvimento da competência de localizar objetos em representações planas do espaço. Esta competência é desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de tarefas que exigem dos estudantes, por exemplo, desenhar, no papel, o trajeto casa - escola, identificando pontos de referências. Para o desenvolvimento desta competência, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, são utilizados vários recursos, como a localização de ruas, pontos turísticos, casas, dentre outros, em mapas e croquis. Além disso, o uso do papel quadriculado pode auxiliar o estudante a localizar objetos utilizando as unidades de medidas (cm, mm), em conexão com o domínio de Grandezas e Medidas. Nos anos finais do Ensino Fundamental, o papel quadriculado é um importante recurso para que os estudantes localizem pontos utilizando coordenadas. No Ensino Médio os estudantes trabalham as geometrias plana, espacial e analítica. Utilizam o sistema de coordenadas cartesianas para localizar pontos, retas, circunferências entre outros objetos matemáticos.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 150 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



Estudantes cuja proficiência se encontra no intervalo de 150 a 200 pontos na escala, marcado pelo amarelo-claro, estão no início do desenvolvimento desta competência. Esses estudantes são os que descrevem caminhos desenhados em mapas, identificam objeto localizado dentro/fora, na frente/atrás ou em cima/embaixo.



Estudantes cuja proficiência se encontra no intervalo amarelo-escuro, 200 a 250 pontos na escala, realizam atividades que envolvem referenciais diferentes da própria posição, como, por exemplo, localizar qual o objeto está situado entre outros dois. Também localizam e identificam a movimentação de objetos e pessoas em mapas e croquis.



O laranja-claro, 250 a 300 pontos na escala, indica um novo grau de complexidade desta competência. Neste intervalo, os estudantes associam uma trajetória representada em um mapa à sua descrição textual. Por exemplo: dada uma trajetória entre duas localidades, no mapa, o estudante verifica qual a descrição textual que representa esse deslocamento e vice-versa.

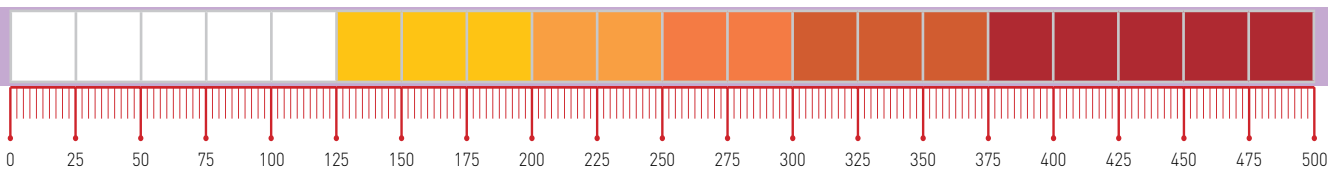


No intervalo de 300 a 375 pontos, cor laranja-escuro, os estudantes já conseguem realizar atividade de localização utilizando sistema de coordenadas em um plano cartesiano. Por exemplo: dado um objeto no plano cartesiano, o estudante identifica o seu par ordenado e vice-versa.



No intervalo de 375 a 500 pontos, representado pela cor vermelha, os estudantes localizam figuras geométricas por meio das coordenadas cartesianas de seus vértices, utilizando a nomenclatura abscissa e ordenada.

COMPETÊNCIA: IDENTIFICAR FIGURAS GEOMÉTRICAS E SUAS PROPRIEDADES



Nesta competência, a denominação de “figuras geométricas” será utilizada de forma geral para se referir tanto às figuras bidimensionais como às tridimensionais. Em todos os lugares, nós nos deparamos com diferentes formas geométricas – arredondadas, retilíneas, simétricas, assimétricas, cônicas, esféricas dentre muitas outras. A percepção das formas que estão ao nosso redor é desenvolvida pelas crianças, mesmo antes de entrarem na escola. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes começam a desenvolver as habilidades de reconhecimento de formas utilizando alguns atributos das figuras planas (um dos elementos que diferencia o quadrado do triângulo é o atributo número de lados) e tridimensionais (conseguem distinguir a forma esférica de outras formas). Nas séries finais do Ensino Fundamental, são trabalhadas as principais propriedades das figuras geométricas. No Ensino Médio os estudantes identificam várias propriedades das figuras geométricas, entre as quais destacamos o Teorema de Pitágoras, propriedades dos quadriláteros dentre outras.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 125 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo de 125 a 200 pontos, representado pelo amarelo-claro, os estudantes começam a desenvolver a habilidade de associar objetos do cotidiano às suas formas geométricas.



No intervalo de 200 a 250 pontos, representado pelo amarelo-escuro, os estudantes começam a desenvolver a habilidade de identificar quadriláteros e triângulos, utilizando como atributo o número de lados. Assim, dado um conjunto de figuras, os estudantes, pela contagem do número de lados, identificam aqueles que são triângulos e os que são quadriláteros. Em relação aos sólidos, os estudantes identificam suas propriedades comuns e suas diferenças, utilizando um dos atributos, nesse caso o número de faces.



Estudantes cuja proficiência se encontra entre 250 e 300 pontos, identificam algumas características de quadriláteros relativas a lados e ângulos e, também, reconhecem alguns polígonos, como pentágonos, hexágonos entre outros, considerando, para isso, o número de lados. Em relação aos quadriláteros, conseguem identificar as posições dos lados, valendo-se do paralelismo. Com relação aos sólidos geométricos, esses estudantes identificam os objetos com forma esférica a partir de um conjunto de objetos do cotidiano e reconhecem algumas características dos corpos redondos. A partir das características dos sólidos geométricos, os estudantes discriminam entre poliedros e corpos redondos, bem como identificam a planificação do cubo e do bloco retangular. O laranja-claro indica o desenvolvimento dessas habilidades.

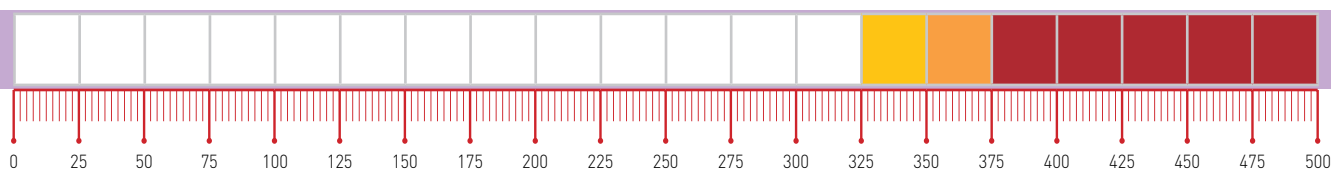


No intervalo-laranja escuro, 300 a 375 pontos na escala, os estudantes reconhecem um quadrado fora de sua posição usual. É muito comum, ao rotacionarmos um quadrado em 90 graus, os estudantes não identificarem a figura como sendo um quadrado. Nesse caso, os estudantes consideram essa figura como sendo um losango. Em relação às figuras tridimensionais, os estudantes identificam alguns elementos dessas figuras como, por exemplo, faces, vértices e bases, além de contarem o número de faces, vértices e arestas dos poliedros. Ainda, em relação às figuras planas, os estudantes reconhecem alguns elementos da circunferência, como raio, diâmetro e cordas. Relacionam os sólidos geométricos às suas planificações e também identificam duas planificações possíveis do cubo.



Estudantes que apresentam proficiência a partir de 375 pontos já consolidaram as habilidades referentes aos níveis anteriores e, ainda, identificam a quantidade e as formas dos polígonos que formam um prisma, bem como identificam sólidos geométricos a partir de sua planificação (prismas e corpos redondos) e vice-versa. A cor vermelha indica a consolidação das habilidades vinculadas a esta competência.

COMPETÊNCIA: RECONHECER TRANSFORMAÇÕES NO PLANO



Existem vários tipos de transformações no plano. Dentre elas, podemos citar as isometrias que têm como características a preservação de distâncias entre pontos do plano, como translações, rotações e reflexões e as transformações por semelhança que preservam a forma, mas não preservam, necessariamente, o tamanho. As habilidades relacionadas a esta competência dizem respeito às transformações por semelhança e, devido à sua complexidade, começam a ser desenvolvidas em níveis mais altos da escala de proficiência.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 325 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



Estudantes que se encontram entre 325 e 350 pontos na escala, marcado pelo amarelo-claro, começam a desenvolver as habilidades desta competência. Esses estudantes são os que resolvem problemas envolvendo escalas e constante de proporcionalidade.

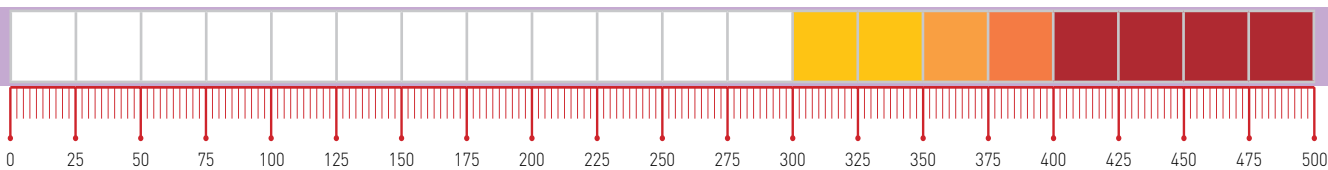


O amarelo-escuro, 350 a 375 pontos, indica que os estudantes com uma proficiência que se encontra neste intervalo já conseguem realizar tarefas mais complexas, pois reconhecem a semelhança de triângulos a partir da medida de seus ângulos, bem como comparam áreas de figuras planas semelhantes desenhadas em uma malha quadriculada, obtendo o fator multiplicativo.



No intervalo representado pela cor vermelha, entre 375 e 500 pontos, os estudantes reconhecem que a área de um retângulo quadruplica quando as medidas de seus lados são dobradas.

COMPETÊNCIA: APLICAR RELAÇÕES E PROPRIEDADES



A resolução de problemas é uma capacidade cognitiva que deve ser desenvolvida na escola. O ensino da Matemática pode auxiliar nesse desenvolvimento considerando que a resolução de problemas não é o ponto final do processo de aprendizagem e sim o ponto de partida da atividade matemática, propiciando ao estudante desenvolver estratégias, levantar hipóteses, testar resultados e, utilizar conceitos já aprendidos em outras competências. No campo do Espaço e Forma, espera-se que os estudantes consigam aplicar relações e propriedades das figuras geométricas – planas e não planas – em situações-problemas.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 300 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



O amarelo-claro, 300 a 350 pontos na escala, indica que os estudantes trabalham com ângulo reto e reconhecem esse ângulo como sendo correspondente a um quarto de giro. Em relação às figuras geométricas, conseguem aplicar o Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo para resolver problemas e diferenciar os tipos de ângulos: agudo, obtuso e reto. Em relação ao estudo do círculo e circunferência, esses estudantes estabelecem relações entre as medidas do raio, diâmetro e corda.



No intervalo representado pelo amarelo-escuro, 350 a 375 pontos, os estudantes resolvem problemas geométricos mais complexos, utilizando o Teorema de Pitágoras e a lei angular de Tales, além de resolver problemas envolvendo o cálculo do número de diagonais de um polígono e utilizar relações para o cálculo da soma dos ângulos internos e externos de um triângulo. Em relação ao estudo do círculo e circunferência, esses estudantes calculam os ângulos centrais em uma circunferência dividida em partes iguais.



Estudantes cuja proficiência se encontra entre 375 e 400 pontos, marcado pelo laranja-claro, resolvem problemas mais complexos, envolvendo o Teorema de Pitágoras e relações métricas no triângulo retângulo.

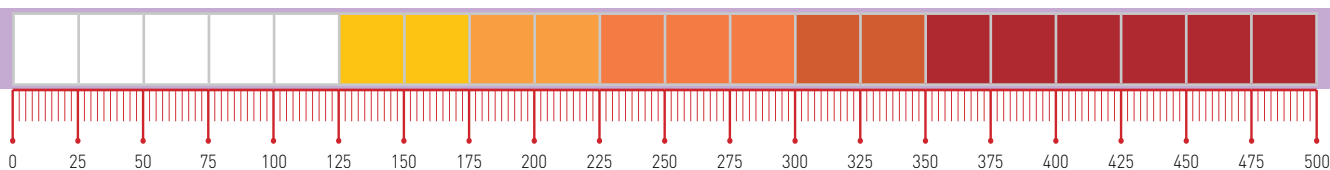


No intervalo representado pela cor vermelha, entre 400 e 500 pontos, os estudantes resolvem problemas utilizando conceitos básicos da Trigonometria, como a Relação Fundamental da Trigonometria e as razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Na Geometria analítica identificam a equação de uma reta e a sua equação reduzida a partir de dois pontos dados. Reconhecem os coeficientes linear e angular de uma reta dado o seu gráfico. Identificam a equação de uma circunferência a partir de seus elementos e vice-versa. Na Geometria Espacial, utilizam a relação de Euler para determinar o número de faces, vértices e arestas.

GRANDEZAS E MEDIDAS

O estudo de temas vinculados a este domínio deve propiciar aos estudantes conhecer aspectos históricos da construção do conhecimento; compreender o conceito de medidas, os processos de medição e a necessidade de adoção de unidades padrão de medidas; resolver problemas utilizando as unidades de medidas; estabelecer conexões entre grandezas e medidas com outros temas matemáticos como, por exemplo, os números racionais positivos e suas representações. Através de diversas atividades, é possível mostrar a importância e o acentuado caráter prático das Grandezas e Medidas, para poder, por exemplo, compreender questões relacionadas aos Temas Transversais, além de sua vinculação a outras áreas de conhecimento, como as Ciências Naturais (temperatura, velocidade e outras grandezas) e a Geografia (escalas para mapas, coordenadas geográficas). Estas competências são trabalhadas desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, permitindo que, a cada ano de escolaridade, os estudantes aprofundem e aperfeiçoem o seu conhecimento neste assunto.

COMPETÊNCIA: UTILIZAR SISTEMAS DE MEDIDAS



Um dos objetivos do estudo de Grandezas e Medidas é propiciar ao estudante o desenvolvimento da competência: utilizar sistemas de medidas. Para o desenvolvimento desta competência, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, podemos solicitar aos estudantes que marquem o tempo por meio de calendário. Destacam-se, também, atividades envolvendo culinária, o que possibilita um rico trabalho, utilizando diferentes unidades de medida, como o tempo de cozimento: horas e minutos e a quantidade dos ingredientes: litro, quilograma, colher, xícara, pitada e outros. Os estudantes utilizam também outros sistemas de medidas convencionais para resolver problemas.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 125 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo de 125 a 175 pontos, representado pelo amarelo-claro, os estudantes estão no início do desenvolvimento desta competência. Eles conseguem ler horas inteiras em relógio analógico.



No intervalo representado pelo amarelo-escuro, de 175 a 225 pontos, os estudantes conseguem ler horas e minutos em relógio digital e de ponteiro em situações simples, resolver problemas relacionando diferentes unidades de uma mesma medida para cálculo de intervalos (dias e semanas, minutos e horas), bem como, estabelecer relações entre diferentes medidas de tempo (horas, dias, semanas), efetuando cálculos. Em relação à grandeza comprimento, os estudantes resolvem problemas relacionando metro e centímetro. Quanto à grandeza Sistema Monetário, identificam quantas moedas de um mesmo valor equivalem a uma quantia inteira dada em reais e vice-versa.



Estudantes que apresentam uma proficiência entre 225 e 300 pontos, marcado pelo laranja-claro, desenvolvem tarefas mais complexas em relação à grandeza tempo. Esses estudantes relacionam diferentes unidades de medidas como, por exemplo, o mês, o bimestre, o ano, bem como estabelecem relações entre segundos e minutos, minutos e horas, dias e anos. Em se tratando da grandeza Sistema Monetário, resolvem problemas de trocas de unidades monetárias, que envolvem um número maior de cédulas e em situações menos familiares. Resolvem problemas realizando cálculo de conversão de medidas das grandezas comprimento (quilômetro/metro), massa (quilograma/grama) e capacidade (litro/mililitro).

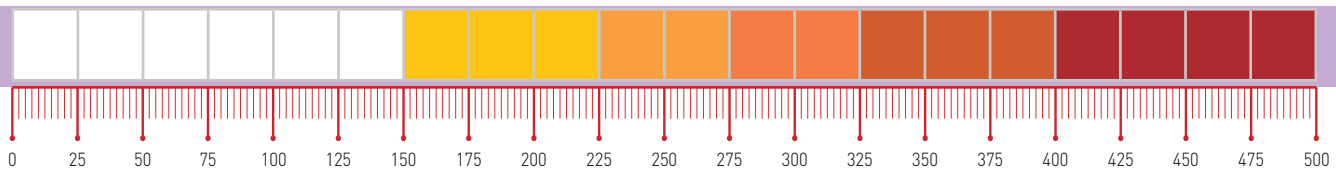


No intervalo de 300 a 350 pontos, marcado pelo laranja-escuro, os estudantes resolvem problemas realizando conversão e soma de medidas de comprimento (quilômetro/metro) e massa (quilograma/grama). Neste caso, os problemas envolvendo conversão de medidas assumem uma complexidade maior do que aqueles que estão na faixa anterior.



Percebe-se que, até o momento, as habilidades requeridas dos estudantes para resolver problemas utilizando conversão de medidas envolvem as seguintes grandezas: comprimento, massa, capacidade. Há problemas que trabalham com outras grandezas como, por exemplo, as grandezas volume e capacidade estabelecendo a relação entre suas medidas – metros cúbicos (m^3) e litro (L). Acima de 350 pontos na Escala de Proficiência, as habilidades relacionadas a esta competência apresentam uma maior complexidade. Neste nível, os estudantes resolvem problemas envolvendo a conversão de m^3 em litros, de cm^2 em m^2 e m^3 em L. A cor vermelha indica a consolidação das habilidades relacionadas a esta competência.

COMPETÊNCIA: MEDIR GRANDEZAS



Outro objetivo do ensino de Grandezas e Medidas é propiciar ao estudante o desenvolvimento da competência: medir grandezas. Esta competência é desenvolvida nos anos iniciais do Ensino Fundamental quando, por exemplo, solicitamos aos estudantes para medirem o comprimento e largura da sala de aula usando algum objeto como unidade. Esta é uma habilidade que deve ser amplamente discutida com os estudantes, pois, em razão da diferença dos objetos escolhidos como unidade de medida, os resultados encontrados serão diferentes. E perguntas como: "Qual é medida correta?" É respondida da seguinte forma: "Todos os resultados são igualmente corretos, pois eles expressam medidas realizadas com unidades diferentes." Além dessa habilidade, ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental, também é trabalhada a habilidade de medir a área e o perímetro de figuras planas, a partir das malhas quadriculadas ou não. Nos anos finais do Ensino Fundamental, os estudantes resolvem problemas envolvendo o cálculo de perímetro e área de figuras planas e problemas envolvendo noções de volume (paralelepípedo). No Ensino Médio os estudantes resolvem problemas envolvendo o cálculo do volume de diferentes sólidos geométricos (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera) e problemas envolvendo a área total de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 150 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo de 150 a 225 pontos na escala, amarelo-claro, os estudantes conseguem resolver problemas de cálculo de área relacionando o número de metros quadrados com a quantidade de quadradinhos contida em um retângulo desenhado em malha quadriculada.



Estudantes cuja proficiência se encontra entre 225 e 275 pontos, representado pelo amarelo-escuro, realizam tarefas mais complexas, comparando e calculando áreas de figuras poligonais em malhas quadriculadas. Em relação ao perímetro, demonstram a habilidade de identificar os lados e, conhecendo suas medidas, calcular a extensão do contorno de uma figura poligonal dada em uma malha quadriculada, bem como calcular o perímetro de figura sem o apoio de malhas quadriculadas. Ainda, reconhecem que a medida do perímetro de um polígono, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade quando os lados dobram ou são reduzidos à metade.



No intervalo representado pelo laranja-claro, de 275 a 325 pontos na escala, os estudantes calculam a área com base em informações sobre os ângulos da figura e o volume de sólidos a partir da medida de suas arestas.

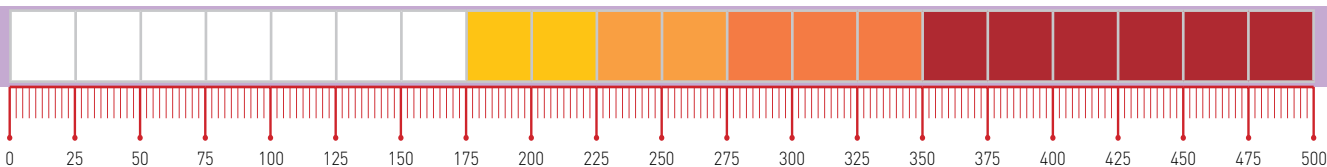


Estudantes cuja proficiência se encontra no intervalo de 325 a 400 pontos, laranja-escuro, resolvem problemas envolvendo o cálculo aproximado da área de figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas cuja borda é formada por segmentos de retas e arcos de circunferências. Também calculam a área do trapézio retângulo e o volume do paralelepípedo. Em relação ao perímetro, neste intervalo, realizam o cálculo do perímetro de polígonos sem o apoio de malhas quadriculadas e do volume de paralelepípedo retângulo de base quadrada. Reconhecem que a área de um retângulo quadruplica quando as medidas de seus lados são dobradas.



A partir de 400 pontos na escala, os estudantes resolvem problemas envolvendo a decomposição de uma figura plana em triângulos, retângulos e trapézios retângulos e calculam a área desses polígonos. O vermelho indica a consolidação das habilidades relativas a esta competência.

COMPETÊNCIA: ESTIMAR E COMPARAR GRANDEZAS



O estudo de Grandezas e Medidas tem também como objetivo propiciar ao estudante o desenvolvimento da competência: estimar e comparar grandezas. Muitas atividades cotidianas envolvem esta competência, como comparar tamanhos dos objetos, pesos, volumes, temperaturas diferentes e outras. Nas séries iniciais do Ensino Fundamental, esta competência é trabalhada, por exemplo, quando solicitamos aos estudantes que comparem dois objetos estimando as suas medidas e anunciando qual dos dois é maior. Atividades como essas propiciam a compreensão do processo de medição, pois medir significa comparar grandezas de mesma natureza e obter uma medida expressa por um número.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 175 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



Estudantes cuja proficiência se encontra entre 175 e 225 pontos, representado pelo amarelo-claro, estão no início do desenvolvimento desta competência. Eles leem informações em calendários, localizando o dia de um determinado mês e identificam as notas do Sistema Monetário Brasileiro, necessárias para pagar uma compra informada.



No intervalo de 225 a 275 pontos, os estudantes conseguem estimar medida de comprimento usando unidades convencionais e não convencionais. O amarelo-escuro indica o início do desenvolvimento dessa habilidade.



O laranja-claro, 275 a 350 pontos, indica que os estudantes com uma proficiência que se encontra neste intervalo já conseguem realizar tarefas mais complexas relativas a esta competência, como, por exemplo, resolver problemas estimando outras medidas de grandezas utilizando unidades convencionais como o litro.

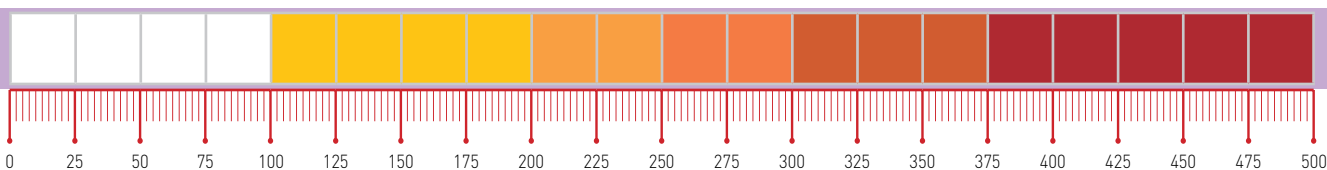


A partir de 350 pontos os estudantes comparam os perímetros de figuras desenhadas em malhas quadriculadas. O vermelho indica a consolidação das habilidades referentes a esta competência.

NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Como seria a nossa vida sem os números? Em nosso dia a dia, nos deparamos com eles a todo o momento. Várias informações essenciais para a nossa vida social são representadas por números: CPF, RG, conta bancária, senhas, número de telefones, número de nossa residência, preços de produtos, calendário, horas, entre tantas outras. Não é por acaso que Pitágoras, um grande filósofo e matemático grego (580-500 a.C) elegeu como lema para a sua escola filosófica “Tudo é Número”, pois acreditava que o universo era regido pelos números e suas relações e propriedades. Este domínio envolve, além do conhecimento dos diferentes conjuntos numéricos, as operações e suas aplicações à resolução de problemas. As operações aritméticas estão sempre presentes em nossas vidas. Quantos cálculos temos que fazer? Orçamento do lar, cálculos envolvendo nossa conta bancária, cálculo de juros, porcentagens, divisão de uma conta em um restaurante, dentre outros. Essas são algumas das muitas situações com que nos deparamos em nossas vidas e nas quais precisamos realizar operações. Além de números e operações, este domínio também envolve o conhecimento algébrico que requer a resolução de problemas por meio de equações, inequações, funções, expressões, cálculos entre muitos outros. O estudo da álgebra possibilita aos estudantes desenvolver, entre outras capacidades, a de generalizar. Quando fazemos referência a um número par qualquer, podemos representá-lo pela expressão $2n$ (n sendo um número natural). Essa expressão mostra, por exemplo, uma generalização da classe dos números pares.

COMPETÊNCIA: CONHECER E UTILIZAR NÚMEROS



As crianças, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, têm contato com os números e já podem perceber a importância deles na vida cotidiana. Já conhecem a escrita de alguns números e já realizam contagens. Nessa fase da escolaridade, os estudantes começam a conhecer os diferentes conjuntos numéricos e a perceberem a sua utilização em contextos do cotidiano. Entre os conjuntos numéricos estudados estão os naturais e os racionais em sua forma fracionária e decimal. Não podemos nos esquecer de que o domínio de números está sempre relacionado a outros domínios como o das Grandezas e Medidas. Na etapa final do Ensino Fundamental, os estudantes resolvem problemas mais complexos envolvendo diferentes conjuntos numéricos, como os naturais, inteiros e racionais. No Ensino Médio os estudantes já devem ter consolidado esta competência.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 100 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



Estudantes que se encontram no intervalo de 100 a 200 pontos, representado pelo amarelo-claro, desenvolveram habilidades básicas relacionadas ao Sistema de Numeração Decimal. Por exemplo: dado um número natural, esses estudantes reconhecem o valor posicional dos algarismos, a sua escrita por extenso e a sua composição e decomposição em unidades e dezenas. Eles, também, representam e identificam números naturais na reta numérica. Além disso, reconhecem a representação decimal de medida de comprimento expressas em centímetros e localizam esses números na reta numérica em uma articulação com os conteúdos de Grandezas e Medidas, dentre outros.



O amarelo-escuro, 200 a 250 pontos, indica que os estudantes com proficiência neste intervalo já conseguem elaborar tarefas mais complexas. Eles trabalham com a forma polinomial de um número, realizando composições e decomposições de números de até três algarismos, identificando seus valores relativos. Já em relação aos números racionais, reconhecem a representação de uma fração por meio de representação gráfica.



No laranja-claro, intervalo de 250 a 300 pontos, os estudantes percebem que, ao mudar um algarismo de lugar, o número se altera. Identificam e localizam números inteiros em uma reta numérica ou em uma escala não unitária. Transformam uma fração em número decimal e vice-versa. Localizam, na reta numérica, números racionais na forma decimal e comparam esses números quando têm diferentes partes inteiras. Neste intervalo aparecem, também, habilidades relacionadas a porcentagem. Os estudantes estabelecem a correspondência 50% de um todo com a metade.

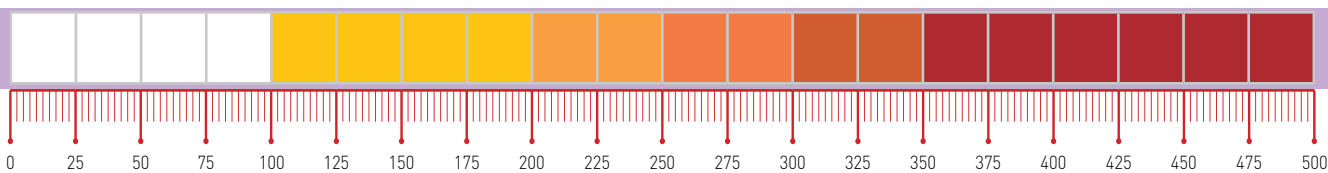


No intervalo de 300 a 375 pontos, marcado pelo laranja-escuro, os estudantes desenvolveram habilidades mais complexas relacionadas a frações equivalentes. Eles já resolvem problemas identificando mais de uma forma de representar numericamente uma mesma fração. Por exemplo, percebem, com apoio de uma figura, que a fração meio é equivalente a dois quartos. Além disso, resolvem problemas identificando um número natural (não informado), relacionando-o a uma demarcação na reta. Esses estudantes, também, transformam frações em porcentagens e vice-versa, identificam a fração como razão e a fração como parte-todo, bem como, os décimos, centésimos e milésimos de um número decimal.



Acima de 375 pontos na escala, os estudantes, além de já terem consolidado as habilidades relativas aos níveis anteriores, conseguem localizar na reta numérica números representados na forma fracionária, comparar números fracionários com denominadores diferentes e reconhecer a leitura de um número decimal até a ordem dos décimos. O vermelho indica a consolidação das habilidades associadas a esta competência.

COMPETÊNCIA: REALIZAR E APLICAR OPERAÇÕES



Esta competência refere-se às habilidades de cálculo e à capacidade de resolver problemas que envolvem as quatro operações básicas da aritmética. Envolve, também, o conhecimento dos algoritmos utilizados para o cálculo dessas operações. Além do conhecimento dos algoritmos, esta competência requer a aplicação dos mesmos na resolução de problemas englobando os diferentes conjuntos numéricos, seja em situações específicas da Matemática, seja em contextos do cotidiano.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 100 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo representado pelo amarelo-claro, de 100 a 200 pontos, em relação à adição e subtração, os estudantes realizam operações envolvendo números de até três algarismos com reserva. Já em relação à multiplicação, realizam operações com reserva, tendo como multiplicador um número com um algarismo. Os estudantes resolvem problemas utilizando adição, subtração e multiplicação envolvendo, inclusive, o Sistema Monetário.



Estudantes, cuja proficiência se encontra no intervalo de 200 a 250 pontos, amarelo-escuro, em relação às operações, realizam subtrações mais complexas com quatro algarismos e com reserva. Realizam também multiplicações com reserva, com multiplicador de até dois algarismos. Realizam divisões e resolvem problemas envolvendo divisões exatas com divisor de duas ordens. Além disso, resolvem problemas envolvendo duas ou mais operações.



O laranja-claro, intervalo de 250 a 300 pontos, indica um novo grau de complexidade desta competência. Os estudantes com proficiência neste nível resolvem problemas envolvendo as diferentes ideias relacionadas à multiplicação, em situações contextualizadas. Também efetuam adição e subtração com números inteiros, bem como realizam cálculo de expressões numéricas envolvendo o uso de parênteses e colchetes com adição e subtração, além de calcular porcentagens e resolver problemas do cotidiano envolvendo porcentagens em situações simples.

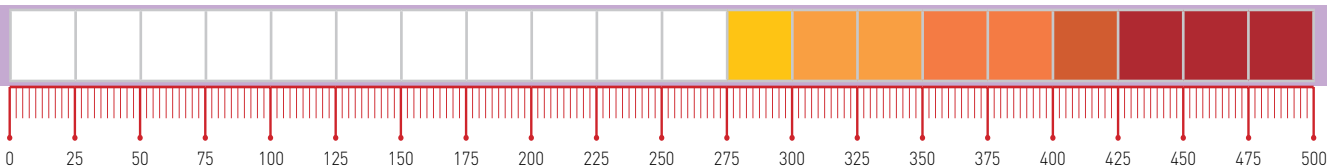


Estudantes, cuja proficiência se localiza no intervalo de 300 a 350 pontos, já calculam expressões numéricas envolvendo números inteiros e decimais positivos e negativos, inclusive potenciação. Eles conseguem, ainda, resolver problemas envolvendo soma de números inteiros e porcentagens, além de calcular raiz quadrada e identificar o intervalo em que está inserida a raiz quadrada não exata de um número, bem como efetuar arredondamento de decimais. O laranja-escuro indica a complexidade dessas habilidades.



No intervalo representado pela cor vermelha, acima de 350 pontos, os estudantes calculam o resultado de expressões envolvendo, além das quatro operações, números decimais (positivos e negativos, potências e raízes exatas). Efetuam cálculos de divisão com números racionais (forma fracionária e decimal simultaneamente). Neste nível, os estudantes consolidam as habilidades relativas a esta competência.

COMPETÊNCIA: UTILIZAR PROCEDIMENTOS ALGÉBRICOS



O estudo da álgebra possibilita ao estudante desenvolver várias capacidades, dentre elas a capacidade de abstrair, generalizar, demonstrar, sintetizar procedimentos de resolução de problemas. As habilidades referentes à álgebra são desenvolvidas no Ensino Fundamental e vão desde situações problema em que se pretende descobrir o valor da incógnita em uma equação utilizando uma balança de dois pratos, até a resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau. Uma das habilidades básicas desta competência diz respeito ao cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, em que é utilizado o conceito de variável. No Ensino Médio esta competência envolve a utilização de procedimentos algébricos para resolver problemas envolvendo o campo dos diferentes tipos de funções: linear, afim, quadrática e exponencial.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 275 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo representado pelo amarelo-claro, 275 a 300 pontos, os estudantes calculam o valor numérico de uma expressão algébrica.



No intervalo de 300 a 350 pontos, indicado pelo amarelo-escuro, os estudantes já identificam a equação de primeiro grau e sistemas de primeiro grau, adequados à resolução de problemas. Esses estudantes também determinam o cálculo numérico de uma expressão algébrica em sua forma fatorada e resolvem problemas envolvendo: grandezas diretamente proporcionais, variações entre mais de duas grandezas, juros simples, porcentagem e lucro.



O laranja-claro, 350 a 400 pontos na escala, indica uma maior complexidade nas habilidades associadas a esta competência. Neste nível de proficiência, os estudantes resolvem problemas que recaem em equação do segundo grau e sistemas de equações do primeiro grau e problemas mais complexos envolvendo juros simples. Resolvem problemas envolvendo a resolução de equações exponenciais. Reconhecem a expressão algébrica que representa uma função linear ou afim a partir de uma tabela e a expressão de uma função do primeiro grau a partir do seu gráfico. Calculam o termo de uma Progressão Aritmética – P.A. – dada a fórmula do termo geral.



Estudantes cuja proficiência se localiza no intervalo de 400 a 425 pontos, laranja-escuro, resolvem problemas que envolvem grandezas inversamente proporcionais e sistemas de duas equações. No campo das sequências numéricas, identificam uma regularidade em uma sequência numérica e determinam o número que ocupa uma determinada posição na sequência. Reconhecem intervalos de crescimento e decréscimo de uma função, interpretam os coeficientes da equação de uma reta quando o gráfico não está explicitado no problema. Reconhecem o gráfico de uma reta quando são dados dois pontos ou um ponto e a reta por onde passa. Reconhecem as raízes de um polinômio dada a sua decomposição em fatores do primeiro grau.

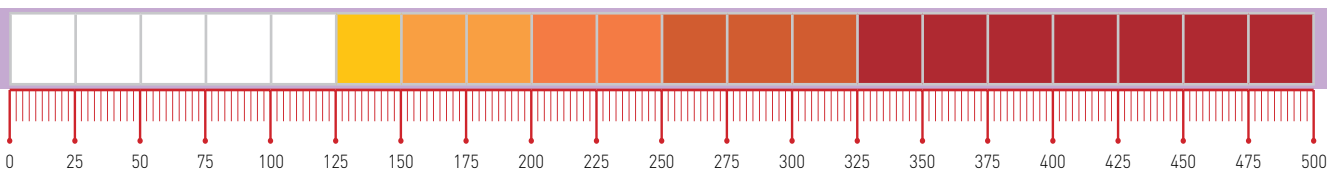


Acima de 425 pontos na escala, indicado pela cor vermelha, os estudantes resolvem problemas relacionando a representação algébrica com a geométrica de um sistema de equações do primeiro grau. Relacionam a função do segundo grau com a descrição textual de seu gráfico, reconhecem a expressão algébrica que representa uma função não polinomial a partir de uma tabela, resolvem problemas envolvendo a determinação de ponto de máximo de uma função do segundo grau. Resolvem problemas que envolvem a determinação de algum termo de uma P.G. quando não é fornecida a fórmula do termo geral. Relacionam a expressão de um polinômio com a sua decomposição em fatores do primeiro grau. Resolvem problemas envolvendo a função exponencial, identificam gráficos da função seno e cosseno. Resolvem problemas envolvendo sistemas de equação com duas equações e duas incógnitas. Relacionam as raízes de um polinômio com a sua decomposição em fatores do primeiro grau. Identificam gráficos de funções exponenciais no contexto de crescimento populacional e juros compostos.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

O estudo de Tratamento da Informação é de fundamental importância nos dias de hoje, tendo em vista a grande quantidade de informações que se apresentam no nosso cotidiano. Na Matemática, alguns conteúdos são extremamente adequados para “tratar a informação”. A Estatística, por exemplo, cuja utilização pelos meios de comunicação tem sido intensa, utiliza-se de gráficos e tabelas. A Combinatória também é utilizada para desenvolver o Tratamento da Informação, pois ela nos permite determinar o número de possibilidades de ocorrência algum acontecimento. Outro conhecimento necessário para o tratamento da informação refere-se ao conteúdo de Probabilidade, por meio da qual se estabelece a diferença entre um acontecimento natural, que tem um caráter determinístico, e um acontecimento aleatório cujo caráter é probabilístico, avaliando-se se um acontecimento é mais provável ou menos provável. Com o estudo desses conteúdos, os estudantes desenvolvem as habilidades de fazer uso, expor, preparar, alimentar e/ou discutir determinado conjunto de dados ou de informes a respeito de alguém ou de alguma coisa.

COMPETÊNCIA: LER, UTILIZAR E INTERPRETAR INFORMAÇÕES APRESENTADAS EM TABELAS E GRÁFICOS



Um dos objetivos do ensino do conteúdo Tratamento da Informação é propiciar ao estudante o desenvolvimento da competência: ler, utilizar e interpretar informações apresentadas em tabelas e gráficos. Esta competência é desenvolvida nas séries iniciais do Ensino Fundamental por meio de atividades relacionadas aos interesses das crianças. Por exemplo, ao registrar os resultados de um jogo ou ao anotar resultados de respostas a uma consulta que foi apresentada, elas poderão, utilizando sua própria forma de se expressar, construir representações dos fatos e, pela ação mediadora do professor, essas representações podem ser interpretadas e discutidas. Esses debates propiciam novas oportunidades para a aquisição de outros conhecimentos e para o desenvolvimento de habilidades e de atitudes. Nas séries finais do Ensino Fundamental, temas mais relevantes podem ser explorados e utilizados a partir de revistas e jornais. O professor pode sugerir a realização de pesquisas com os estudantes sobre diversos temas e efetuar os registros dos resultados em tabelas e gráficos para análise e discussão. No Ensino Médio os estudantes são solicitados a utilizarem procedimentos estatísticos mais complexos como, por exemplo, cálculo de média aritmética.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 125 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo representado pelo amarelo-claro, de 125 e 150 pontos, os estudantes leem informações em tabelas de coluna única e extraem informações em gráficos de coluna por meio de contagem.



No intervalo representado pelo amarelo-escuro, de 150 a 200 pontos, os estudantes leem informações em tabelas de dupla entrada e interpretam dados num gráfico de colunas por meio da leitura de valores no eixo vertical.



De 200 a 250 pontos, intervalo indicado pelo laranja-claro, os estudantes localizam informações e identificam gráficos de colunas que correspondem a uma tabela com números positivos e negativos. Esses estudantes também conseguem ler gráficos de setores e localizar dados em tabelas de múltiplas entradas, além de resolver problemas simples envolvendo as operações, identificando dados apresentados em gráficos ou tabelas, inclusive com duas entradas.

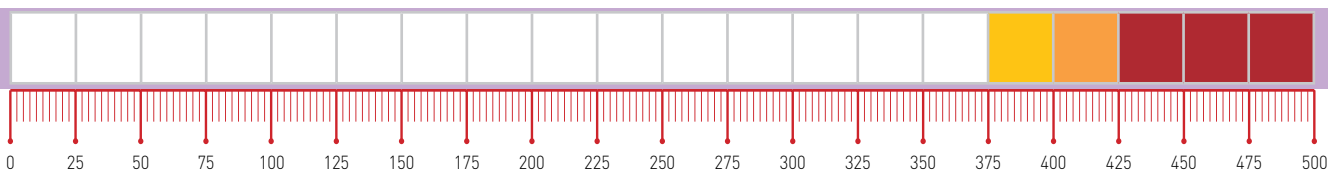


Estudantes, com proficiência entre 250 e 325 pontos, laranja-escuro, identificam o gráfico de colunas ou barras correspondente ao gráfico de setores e reconhecem o gráfico de colunas ou barras correspondente a dados apresentados de forma textual; associam informações contidas em um gráfico de colunas e barras a uma tabela que o representa, utilizando estimativas. Ainda, associam informações ao gráfico de setores correspondente, quando os dados estão em porcentagem, bem como, quando os dados estão em valores absolutos (frequência simples).



A cor vermelha, acima de 325 pontos, indica que os estudantes leem, utilizam e interpretam informações a partir de gráficos de linha do plano cartesiano. Além de analisarem os gráficos de colunas representando diversas variáveis, comparando seu crescimento. Neste nível de proficiência, as habilidades relativas a esta competência estão consolidadas.

COMPETÊNCIA: UTILIZAR PROCEDIMENTOS DE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE



Um dos objetivos do ensino do Tratamento de Informação em Matemática é propiciar ao estudante o desenvolvimento da competência: utilizar procedimentos de combinatória e probabilidade. Esta competência deve ser desenvolvida desde as séries iniciais do Ensino Fundamental por meio da resolução de problemas de contagem simples e a avaliação das possibilidades de ocorrência ou não de um evento. Algumas habilidades vinculadas a esta competência no Ensino Fundamental são exploradas juntamente com o domínio Números, Operações e Álgebra. Quando tratamos essa habilidade dentro do Tratamento de Informação, ela se torna mais forte no sentido do professor perceber a real necessidade de trabalhar com ela. O professor deve resolver problemas simples de possibilidade de ocorrência, ou não, de um evento ou fenômeno, do tipo "Qual é a chance?" Apesar desse conhecimento intuitivo ser muito comum na vida cotidiana, convém trabalhar com os estudantes a diferença entre um acontecimento natural, que tem um caráter determinístico, e um acontecimento aleatório, cujo caráter é probabilístico. Também é possível trabalhar em situações que permitam avaliar se um acontecimento é mais ou menos provável. Não se trata de desenvolver com os estudantes as técnicas de cálculo de probabilidade. Mas sim, de explorar a ideia de possibilidade de ocorrência ou não de um evento ou fenômeno. Intuitivamente, compreenderão que alguns acontecimentos são possíveis, isto é, "têm chance" de ocorrer (eventos com probabilidades não nulas). Outros acontecimentos são certos, "garantidos" (eventos com probabilidade de 100%) e há aqueles que nunca poderão ocorrer (eventos com probabilidades nulas). As habilidades associadas a esta competência são mais complexas, por isso começam a ser desenvolvidas em níveis mais altos da Escala de Proficiência.



Os estudantes cuja proficiência se encontra na faixa branca, de 0 a 375 pontos, ainda não desenvolveram as habilidades relacionadas a esta competência.



No intervalo representado pelo amarelo-claro, de 375 a 400 pontos, os estudantes começam a desenvolver esta competência, calculando a probabilidade de um evento acontecer no lançamento de um dado, bem como a probabilidade de ocorrência de dois eventos sucessivos como, por exemplo, ao se lançar um dado e uma moeda.



O amarelo-escuro, 400 a 425 pontos, indica uma complexidade maior nesta competência. Neste intervalo, os estudantes conseguem resolver problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo sem repetição de elementos e calculam a probabilidade de ocorrência de um evento simples.



No intervalo representado pela cor vermelha, acima de 425 pontos, habilidade mais complexa do que a anterior, os estudantes resolvem problemas de contagem utilizando o princípio multiplicativo com repetição de elementos e resolvem problemas de combinação simples.

DA ARITMÉTICA DO COTIDIANO AO PROBLEMA ALGÉBRICO

O reconhecimento dos símbolos é uma forma de transcender os algoritmos básicos da Aritmética, além de ser um procedimento que valida as ciências, como a Física e a Química.

Os resultados das avaliações em larga escala no Brasil têm apontado para uma grande defasagem entre o que se espera de desenvolvimento de habilidades na área da Matemática e o que efetivamente os alunos demonstram ter consolidado. Segundo dados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), em 2009, da amostra dos alunos avaliados em Matemática, apenas 11% apresentaram aprendizado adequado ao terceiro ano do Ensino Médio.

Esse dado reflete que alguma coisa pode não estar funcionando no ensino da Matemática no Brasil. O que poderia ser? No dia a dia, as pessoas associam a Matemática à Aritmética (palavra vem do grego, *arithmetikê*, que significa “arte de contar”) e, mais diretamente, aos cálculos ou às contas – isso quando não a relacionam com “coisas complicadas”, deixando entrever uma concepção carregada de crenças negativas.

Ao se fazer cálculos mentais, ou usando uma calculadora em situações cotidianas, a Matemática não parece ser tão complicada. Na escola, em contrapartida, é bem diferente. Os cálculos adquirem status de um problema, muitas vezes de difícil solução para uma grande parcela dos estudantes, quase sempre bem distante do sucesso. Diante desse contraponto, surge uma pergunta: por que alunos – e muitos adultos – não conseguem estabelecer uma relação entre a matemática escolar e a matemática da vida?

A Matemática não só faz parte do cotidiano, como se tornou uma ciência necessária à sobrevivência em nossa sociedade complexa e industrializada. A discrepância entre a vivência da matemática e o seu uso na escola se deve ao fato de que a “matemática da vida” requer estratégias cognitivas distintas daquelas que são adotadas na escola.

Na condição de atividade humana, a Matemática é uma forma particular de organizar objetos e eventos no mundo.

Para realização das atividades matemáticas, deve-se levar em conta estabelecer relações entre objetos do nosso conhecimento, contá-los, medi-los, somá-los, dividi-los e verificar os resultados das diferentes formas de organização.

Diante disso, cabe questionar qual Matemática se ensina nas escolas ao se tratar da Aritmética e da Álgebra? Os problemas da aritmética escolar tendem a obedecer a certas regras de difícil compreensão, requerendo domínio das operações e do significado dos seus símbolos. Já os conceitos vinculados à álgebra e suas operações têm evidenciado, com frequência, dificuldades e conflitos para os alunos. Para que eles superem esses obstáculos, é necessário utilizar estratégias na tradução da linguagem algébrica pela linguagem natural.

Na escola, tanto a Aritmética quanto a Álgebra representam pontos críticos no que diz respeito ao desempenho dos estudantes, conforme atestam as avaliações em larga escala realizadas no Brasil. Além disso, pesquisas realizadas por Booth com alunos de Ensino Fundamental revelam que, a despeito de idade e experiência em Álgebra, a maioria deles apresentou erros semelhantes em todas as séries relacionadas à falta de compreensão entre o foco da Aritmética (encontrar respostas numéricas) e o da Álgebra (estabelecer relações e expressá-las de forma simplificada).

No Ensino Médio, a tarefa do professor muitas vezes requer esforços em convencer os estudantes a aprender os algoritmos que envolvem a Aritmética e as abstrações necessárias para compreender as generalizações da Álgebra, sobretudo no que diz respeito às aplicações, tanto intrínsecas quanto extrínsecas à Matemática.

O reconhecimento dos símbolos é uma forma de transcender os algoritmos básicos da Aritmética, além de ser um procedimento que valida outras

ciências, como a Física e a Química. Também, favorece o desenvolvimento da capacidade de pensar diante de situações-problema, com a finalidade de elaborar estratégias.

Diante dessas constatações, cabe perguntar: o que fazer para modificar esse quadro? Esta, certamente, não é uma pergunta simples ou fácil de ser respondida. No entanto, as equipes pedagógicas das escolas (professores de Matemática e coordenações) podem encontrar caminhos possíveis para lidar com a questão. Já existem várias referências e experiências na literatura educacional que servem como ponto de partida para a discussão dessas as equipes nas escolas.

Currículo: a centralidade da resolução de problemas

Desde a década de 1980, ocorreram reformas curriculares em diversos países, inclusive no Brasil, motivadas pelo baixo desempenho dos alunos, pela necessidade de ampliar as habilidades dos estudantes no uso de ferramentas matemáticas e pelos avanços no campo da educação. Tais reformas acarretaram na valorização da aprendizagem coletiva, dos conhecimentos prévios dos alunos e da construção do conhecimento pelos estudantes.

Essa perspectiva rompe com a visão tradicional, baseada na ideia de que a matemática é uma ciência neutra e acabada e que seu ensino, deve conduzir à assimilação de um conjunto de normas prescritivas, como um conteúdo autônomo.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e as sucessivas avaliações de livros didáticos do Programa Nacional de Avaliação do Livro Didático foram decisivas para a reformulação dos currículos de matemática no Ensino Fundamental, dentre as quais, destaca-se o desaparecimento dos chamados “conjuntos” e a ampliação das áreas de ensino – os currículos passaram a considerar o Tratamento de Informação e Medidas e Grandezas como áreas essenciais à formação para

a cidadania, além dos tradicionais Números, Álgebra e Geometria.

A resolução de problemas assume papel central no ensino-aprendizagem e há uma ressignificação do que se considera básico em termos de ensino e aprendizagem para a disciplina. Em linhas gerais, pode-se dizer que os conhecimentos matemáticos passam a ser vistos como meios para compreender e transformar a realidade, o que produz impactos sobre as dinâmicas na sala de aula: os estudantes devem fazer observações sistemáticas de aspectos qualitativos e quantitativos da realidade e ser habilitados para selecionar, organizar e produzir informações relevantes.

Em suma, ganha força a ideia de que a função do ensino é valorizar a construção de competências básicas necessárias ao cidadão, em detrimento do ensino meramente propedêutico.

O que dizem as pesquisas

Pesquisas baseadas em resultados de avaliações, revisões bibliográficas e estudos empíricos vão ao encontro das propostas defendidas por membros da comunidade de educadores matemáticos com relação à importância e à centralidade dos problemas nos processos de ensino e aprendizagem da disciplina.

Um exemplo é o estudo conduzido por Crespo Franco, Paola Sztajn e Maria Isabel Ramalho Ortigão com base no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2001, o qual concluiu que, quando professores enfatizam resolução de problemas em suas aulas de Matemática, os estudantes tendem a apresentar desempenhos melhores nessa disciplina.

No Reino Unido, um estudo longitudinal foi conduzido durante três anos em duas escolas com alunos que possuíam idades e características semelhantes. Na primeira, eles trabalhavam com pequenos grupos em projetos com duração de três semanas e envolviam resolução de problemas; perguntavam à professora quando tinham dúvidas (conceitos eram

A resolução de problemas assume papel central no ensino-aprendizagem e há uma ressignificação do que se considera básico em termos de ensino e aprendizagem para a disciplina.

...um professor com boa compreensão das estruturas matemáticas e do pensamento matemático das crianças tem efeito positivo sobre a aprendizagem.

introduzidos quando necessário) e as conversas em classe valorizavam os processos de pensamento dos alunos, em relação à construção de conceitos. Na outra escola, o currículo de matemática enfatizava pesquisar a resposta correta a problemas típicos; trabalhavam individualmente em atividades que focavam a aplicação de regras e procedimentos. Ao serem expostos a problemas de resposta aberta, os estudantes da primeira escola tiveram mais sucesso do que seus pares da outra escola e demonstraram ser mais capazes de usar seus conhecimentos, tendiam a usar métodos intuitivos em todos os problemas e não se deixavam influenciar pelo contexto.

Outras pesquisas qualitativas evidenciam a importância do papel do professor na aprendizagem. Num estudo norte-americano, E. Fennema e M. L. Franke acompanharam uma professora durante quatro anos, verificando como ela ajudava os estudantes a construir o entendimento de conceitos matemáticos e a buscar estratégias para resolver problemas que envolviam situações cotidianas.

Como resultado, seus alunos se mostraram mais capazes de resolver problemas complexos do que outros de mesmo nível escolar; usavam estratégias de alto nível e adaptavam seus procedimentos para resolver os problemas. Demonstravam segurança, tinham uma boa relação com a disciplina e se sentiam encorajados a persistir na busca da solução. Em síntese, o estudo mostrou que um professor com uma boa compreensão das estruturas matemáticas e do pensamento matemático das crianças tem efeito positivo sobre a aprendizagem.

Nos Estados Unidos, documentos oficiais relativos ao ensino de Matemática elencam características de um ensino que se pretende renovador, identificadas a partir de pesquisas empíricas. Algumas delas integram a literatura e documentos brasileiros, como a valorização do conhecimento prévio dos alunos, o estímulo ao engajamento de toda a classe nas atividades e a ampliação dos conteúdos ensinados,

aproximando-os da vida. O papel do professor no sentido de ajudar o aluno a desenvolver a autoconfiança, também, faz parte desse elenco.

Esses estudos apontam caminhos, mas mudar o ensino não é simples. Muitas vezes, professores modificam algumas atividades, no entanto mantêm práticas tradicionais de exposição e abordagem dos conteúdos. Algumas vezes, adotam práticas que conduzem os alunos à resolução de problemas, mas não possibilitam que eles discutam e confrontem suas soluções. Em alguns casos, os professores se sentem menos eficazes em trabalhar com a agenda da reforma, pois acham que seus estudantes aprendem mais com o ensino tradicional. Em outros, acham que seus alunos, por pertencerem a famílias menos abastadas, não necessitam de conhecimentos supostamente sofisticados.

Alguns procedimentos dos docentes podem colaborar para potencializar a aprendizagem: tomar como ponto de partida o que os estudantes já compreendem, ensinar os tópicos de álgebra a partir da perspectiva de como eles podem ser utilizados, comprometer os estudantes com a resolução de problemas, dentre outras. Os desafios e problemas podem ser elementos fortemente motivadores para a elaboração de estratégias na escola, sobretudo, na vida.

O estudante, por sua vez, é o personagem principal no processo de ensino e aprendizagem. Sem ele, o ensino propriamente dito não faz sentido. Porém, com o frenético avanço tecnológico, muitos jovens perderam o interesse naquilo que a escola tem a lhes oferecer, o que reforça a necessidade de uma profunda renovação das estratégias adotadas em sala de aula.

Nesse cenário, uma boa apropriação dos resultados das avaliações pode contribuir para a melhoria do ensino ofertado. Um aspecto a ser considerado para a apropriação são os resultados dos alunos, analisados a partir da escala de desempenho. Na escala, é preciso considerar a pontuação da escola, ou seja, como ela está em relação

às outras médias e, ainda, associar a proficiência às habilidades descritas na matriz de referência. Dessa maneira, será possível identificar o que os estudantes sabem e quais habilidades já desenvolveram. Além disso, é importante verificar a distribuição dos alunos ao longo dos níveis da escala.

Caminhos possíveis

A discussão sobre a lacuna existente entre a Aritmética e a Álgebra remete a uma reflexão mais ampla acerca do abismo que há entre a matemática da vida e a da escola. Não há um ponto final nessa discussão, até porque o debate perpassa diversas dimensões – pedagógica, epistemológica, histórica, social, política, econômica, dentre outros.

Entretanto, o processo de ensino e aprendizagem merece um tratamento especial por ser um elemento que envolve todas essas dimensões. Afinal, é a partir dele que o debate pode se enriquecer, a partir de questionamentos, reflexões e ações capazes de transformar o panorama da educação matemática existente nas escolas.

Subtrair as diferenças entre a matemática da vida e a da escola significa reconstruir um novo pensar sobre a prática da sala de aula, cujas ações, muitas vezes, encontram-se arraigadas em metodologias clássicas, isto é, desvinculadas de um contexto significativo para o estudante.

Ressurgem, então, questões que, incisivamente, causam estranhamento e resistência por parte dos professores, tais como: por que a interdisciplinaridade não ocorre efetivamente na prática do professor de matemática?

Como o docente pode atuar de modo a atender as demandas da formação humana do estudante, aliada aos conhecimentos matemáticos necessários para o exercício pleno da cidadania? De que forma seria possível melhorar o desempenho de nossos estudantes nas avaliações de larga escala?

Como fazê-los entender que o desenvolvimento de uma sociedade, de

um país, ocorre essencialmente pela educação? Essas questões são apenas algumas que podem nos levar a buscar alguns caminhos que apontam possibilidades para a ação e uma renovação das práticas em sala de aula e nas escolas como um todo. Permitem que não permaneçamos estagnados e impotentes diante de uma realidade que clama por mudanças, impulsionada por um mundo globalizado e altamente marcado pelas novas tecnologias da informação e comunicação.

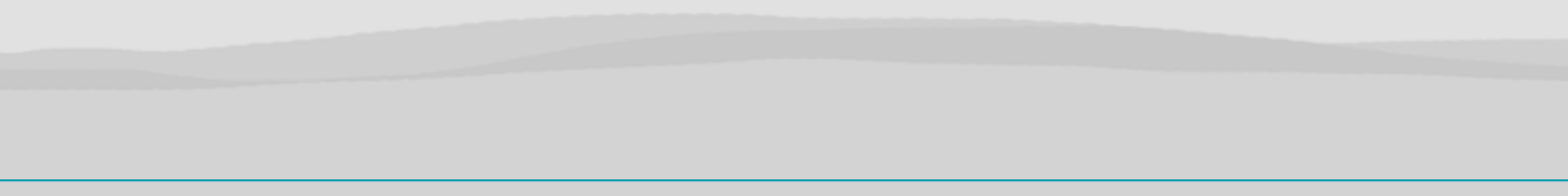
E a Matemática? Qual seu verdadeiro sentido nesse contexto? Novamente, há ênfase sobre a formação e o papel do professor enquanto ator capaz de ressignificar o ensino e, sobretudo, a aprendizagem. De forma sucinta, é possível afirmar que não basta trabalhar apenas conteúdos pedagógicos ou matemáticos com os professores. É preciso também discutir com eles as relações entre a educação e as desigualdades sociais. Os professores precisam refletir sobre essa rede de fatores que, direta ou indiretamente, influenciam os resultados dos estudantes.

As modificações no ensino são difíceis e não ocorrem num curto espaço de tempo. Mas, um olhar positivo para os docentes e para o ensino de matemática pode reverter numa educação pública de qualidade e com aprendizagem efetiva.

A escola precisa estimular o aluno a lidar com as diferentes linguagens matemáticas, estimulando-o a pensar matematicamente, transitando entre as subáreas dessa disciplina. O trabalho com problemas também precisa funcionar como estímulo para o aluno ler e conversar com seus colegas sobre o que eles entenderam dos dados e das informações contidas no enunciado.

Esse trabalho demanda uma atenção especial por parte do professor no sentido de auxiliar seus alunos a traçarem previamente um plano de resolução. É importante que todos tenham clareza de que o equacionar um problema é uma das etapas do processo de resolução.

Subtrair as diferenças entre a matemática da vida e a da escola significa reconstruir um novo pensar sobre a prática da sala de aula, cujas ações, muitas vezes, encontram-se arraigadas em metodologias clássicas.



PADRÕES DE DESEMPENHO ESTUDANTIL

Para uma escola ser considerada eficaz, ou seja, para fazer a diferença na vida de seus usuários, ela deve proporcionar altos padrões de aprendizagem a todos, independente de suas características individuais, familiares e sociais. Se apenas um grupo privilegiado consegue aprender com qualidade o que é ensinado, aumentam-se as desigualdades intraescolares e, como consequência, elevam-se os indicadores de repetência, evasão e abandono escolar. Na verdade, criam-se mais injustiças. Esse é um cenário que, certamente, nenhum professor gostaria de ver em nenhuma escola.

O desempenho escolar de qualidade implica, necessariamente, a realização dos objetivos curriculares de ensino propostos. Os padrões de desempenho estudantil, nesse sentido, são balizadores dos diferentes graus de realização educacional alcançados pela escola. Por meio deles é possível analisar a distância de aprendizagem entre o percentual de estudantes que se encontra nos níveis mais altos de desempenho e aqueles que estão nos níveis mais baixos. A distância entre esses extremos representa, ainda que de forma alegórica, o abismo existente entre aqueles que têm grandes chances de sucesso escolar e, conseqüentemente, maiores possibilidades de acesso aos bens materiais, culturais e sociais; e aqueles para os quais o fracasso escolar e exclusão social podem ser mera questão de tempo, caso a escola não reaja e concretize ações com vistas à promoção da equidade. Para cada padrão, são apresentados exemplos de item* do teste do SPAECE.

* O percentual de brancos e nulos não foram contemplados nesses exemplos.



MUITO CRÍTICO



ATÉ 250 PONTOS

As habilidades matemáticas evidenciadas neste padrão de desempenho demonstram o salto cognitivo percebido em relação à identificação de figuras geométricas planas e espaciais. Os estudantes, além de reconhecer as formas geométricas, identificam suas propriedades através de seus atributos, como o número de lados em figuras planas e o número de faces em figuras espaciais. É desenvolvida também neste nível a localização de pontos no plano cartesiano através das coordenadas dos pontos dados.

No campo do Tratamento da Informação, a diferença reside no fato de que neste nível, ele é capaz de ler informações não somente em tabela de coluna única ou de dupla entrada, mas também quando essas são compostas de múltiplas entradas. Os estudantes também conseguem ler dados em gráficos de setores e em gráficos de colunas duplas.

Além de identificar, o estudante neste nível interpreta os dados ao resolver problemas utilizando os dados apresentados em gráficos de barras ou em tabelas.

No domínio Grandezas e Medidas, o estudante demonstra estimar medidas usando unidades convencionais e não convencionais. Desenvolvem tarefas mais complicadas em relação à grandeza tempo, como as relacionadas com mês, bimestre, ano; bem como estabelecem relações entre segundos e minutos, minutos e horas, dias e anos. Em se tratando do Sistema Monetário, resolvem problemas de trocas de unidades monetárias que envolvem um número maior de cédulas e em situações menos familiares. Calculam a medida do perímetro em uma figura poligonal dada em uma malha quadriculada ou mesmo sem o apoio da mesma quando todas as suas medidas são explicitadas. Compara e calcula área de figuras poligonais em malhas quadriculadas.

No campo Numérico, o estudante neste nível consegue resolver problemas com mais de uma operação, além de resolver problemas envolvendo subtração de números decimais com o mesmo número de casas.

2EM

(M110152CE) O quadro abaixo mostra o número de alunos matriculados no Ensino Médio na Escola Sabermais de 2003 a 2009.

NÚMERO DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM CADA ANO							
ANO	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
TOTAL	175	190	198	180	220	315	337

De acordo com essas informações, o número de alunos matriculados no período de 2005 a 2007 é

- A) 198
- B) 318
- C) 418
- D) 498
- E) 598

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem problemas envolvendo informações apresentadas em tabelas ou gráficos.

Para resolver esse problema, os estudantes precisam identificar que cada coluna na tabela diz respeito aos dados de um ano e que o total de alunos de cada ano corresponde ao valor da linha subsequente da coluna correspondente. A partir daí, deve-se identificar na tabela o período de 2005 a 2007 e efetuar a soma do total de alunos dos anos de 2005, 2006 e 2007, isto é, $198 + 180 + 220 = 598$. A alternativa correta, E, foi assinada por 72,2% dos estudantes avaliados.

Os estudantes que assinalaram a alternativa C (11,7%), possivelmente, não se atentaram ao enunciado e somaram apenas o número de alunos referente aos anos de 2005 e 2007.

Trabalhar mecanismos que permitam que os estudantes desenvolvam suas habilidades em leitura e interpretação de dados em tabelas e gráficos é importante, pois permite que eles avaliem criticamente informações estatísticas, ajudando-os a tomar decisões fundamentadas em dados objetivos. Por ser uma habilidade trabalhada ainda no Ensino Fundamental, espera-se que os estudantes nessa etapa de escolaridade tenham consolidado essa habilidade.

A 4,0%

B 4,2%

C 11,7%

D 7,8%

E 72,2%

2EM

(M100113CE) Daniel comprou um estojo de primeiros socorros numa farmácia. Ele pagou esse estojo com uma nota de R\$ 50,00 e recebeu de troco R\$ 25,43.

Quanto Daniel pagou por esse estojo?

- A) R\$ 35,43
- B) R\$ 34,67
- C) R\$ 26,00
- D) R\$ 25,00
- E) R\$ 24,57

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem problemas com números reais envolvendo suas operações.

Para resolver este item, os estudantes precisam reconhecer, através da leitura atenta do enunciado, que se trata de uma situação que envolve uma operação de subtração. Após essa identificação, eles devem efetuar a subtração ($50,00 - 25,43 = 24,57$). Os estudantes que assinalaram a alternativa E (74,4%) demonstraram ter desenvolvido a habilidade avaliada.

Os estudantes que marcaram a alternativa A (11,5%) podem ter subtraído o menor algarismo do maior em todas as ordens. Aqueles que assinalaram a alternativa B (5,4%), possivelmente, equivocaram-se no processo de reagrupamento. Um pequeno percentual dos estudantes, 8,3%, optou pelas alternativas C ou D, demonstrando que, provavelmente, não se apropriaram do contexto do item ou até mesmo do algoritmo da subtração envolvendo números racionais.

A resolução de problemas envolvendo o Sistema Monetário Brasileiro envolve conhecimentos e estratégias desenvolvidos em situação social. É esperado que, nesse nível de escolaridade, os estudantes sejam capazes de compreender significativamente o conjunto dos números racionais.

A	11,5%
B	5,4%
C	3,1%
D	5,2%
E	74,4%

2EM

(M04D21I01FRA) Uma praça tem a forma de um triângulo com todos os lados de mesma medida. Cada lado dessa praça mede 5 m.

A medida do perímetro dessa praça é

- A) 5 m
- B) 10 m
- C) 15 m
- D) 20 m

O perímetro é um conceito que, quando contextualizado, remete diretamente ao cotidiano dos estudantes, tornando-o de grande utilidade para seu dia a dia. Por ser trabalhado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, espera-se que, nessa etapa de escolaridade, os estudantes já tenham consolidado a habilidade de resolver problemas envolvendo perímetro.

Este item avalia a habilidade de os estudantes calcularem o perímetro de figuras planas em uma situação-problema.

Para resolver este problema, os estudantes precisam conhecer o conceito de perímetro como o contorno da figura

e, por se tratar de um triângulo equilátero, eles podem multiplicar a medida do lado por 3, ou efetuar a soma de três parcelas iguais que correspondem à medida de cada lado desse triângulo. A alternativa correta, C, foi assinalada por 76,0% dos estudantes, demonstrando terem desenvolvido a habilidade avaliada.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D (10,4%), possivelmente, associaram o formato da praça a um quadrado, sem se atentar ao enunciado, que destaca sua forma triangular, e calcularam o perímetro dessa figura.

A	6,0%
B	6,5%
C	76,0%
D	10,4%

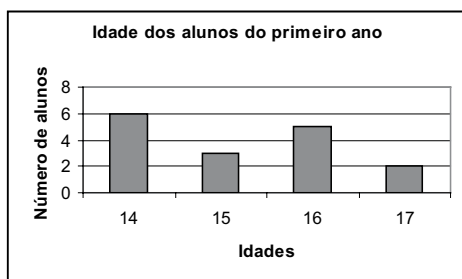
3EM

(M120060ES) Na tabela abaixo, encontram-se as idades de um grupo de alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

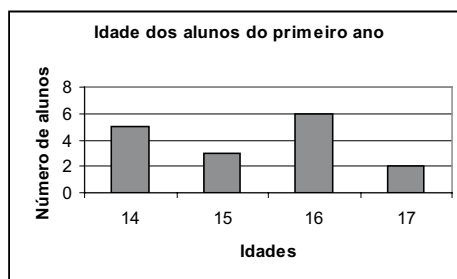
Idade	Número de alunos
14	6
15	3
16	5
17	2

O gráfico que representa os dados contidos nessa tabela é

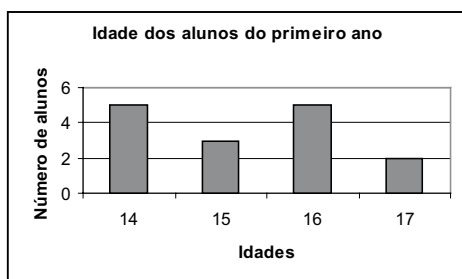
A)



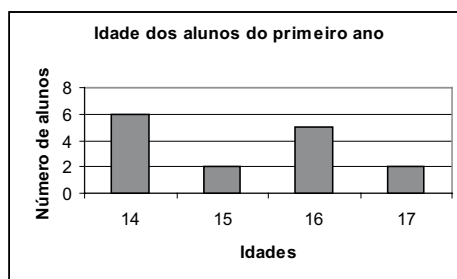
B)



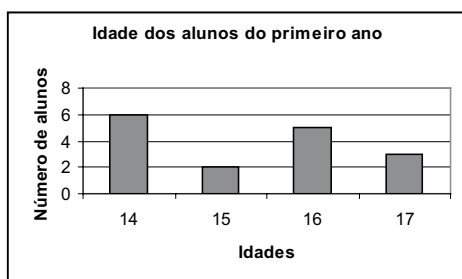
C)



D)



E)



O item avalia a habilidade de os estudantes associarem informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam e vice-versa.

Para resolver este item, os estudantes devem analisar os dados apresentados na tabela, observando que, na primeira coluna, consta a variável referente às idades dos alunos e na segunda coluna, o número de alunos que possui aquela idade. Em seguida, devem associar esses valores ao gráfico correspondente. A alternativa correta, A, foi assinalada por 78,7% dos estudantes avaliados.

Os estudantes que assinalaram as alternativas C (8,9%) ou D (5,4%), provavelmente, realizaram uma aproximação ao valor correspondente da primeira e da segunda coluna, respectivamente. Aqueles que assinalaram a alternati-

va B (4,2%), possivelmente, realizaram uma troca da posição das colunas no gráfico, referente ao número de alunos de 14 anos com o número de alunos de 16 anos. Já os que optaram pela alternativa E (2,6%), provavelmente, também realizaram uma troca da posição das colunas no gráfico, referente ao número de alunos de 15 anos com o número de alunos de 17 anos.

Reconhecer o gráfico que representa um conjunto de dados apresentados em uma tabela é uma habilidade que demanda os conceitos matemáticos relacionados à ordem, à medida e à grandeza, ao mesmo tempo em que aciona as funções cognitivas de identificação, de objetivação e de comunicação. É importante que os estudantes da 3ª série do Ensino Médio tenham desenvolvido essa habilidade.

A 78,7%

B 4,2%

C 8,9%

D 5,4%

E 2,6%

CRÍTICO



250 | 300 PONTOS

O estudante neste padrão de desempenho resolve problemas mais complexos envolvendo as operações, usando dados apresentados em gráficos e tabelas de múltiplas entradas. O gráfico de linhas passa a ser reconhecido como a forma gráfica mais apropriada para apresentar uma sequência de valores ao longo do tempo.

No campo Geométrico, o estudante é capaz de identificar poliedros e corpos redondos e os relacionam com suas planificações. Eles identificam também as coordenadas de pontos plotados no plano cartesiano.

Neste nível, o estudante reconhece que a medida do perímetro de um polígono, em uma malha quadriculada, é proporcional as medidas dos lados e consegue calcular a medida do perímetro de uma figura poligonal irregular, cujos lados se apóiam em uma malha quadriculada. Ele sabe, também, estabelecer relações entre metros e quilômetros.

Resolve problemas de cálculo da medida de área com base na contagem das unidades

não inteiras (meio “quadrado” da malha) de uma malha quadriculada, além de determinar a medida da área de quadrados e retângulos.

Em relação às medidas de capacidade, consegue estimar medidas de grandezas utilizando o litro, e fazer a conversão entre litros e mililitros.

Consegue resolver problemas envolvendo o cálculo de intervalos de tempo em horas e minutos.

No domínio de Números e Operações, os estudantes são capazes de resolver problemas com um grau de complexidade um pouco maior, envolvendo mais operações. Os estudantes reconhecem e aplicam em situações simples o conceito de porcentagem e calculam o resultado de uma expressão algébrica, com parênteses e colchetes, inclusive com potenciação. Calculam uma probabilidade simples e identificam fração como parte do todo, sem apoio da figura.

1EM

(M090199A9) Para encher 150 frascos são necessários 3 000 gramas de cola. A quantidade de cola necessária, em gramas, para encher 225 desses frascos é

- A) 2 000
- B) 3 225
- C) 3 375
- D) 4 500

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem situação-problema envolvendo a variação proporcional entre grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Para resolver esse item, os estudantes podem proceder de pelo menos duas maneiras diferentes. Uma delas seria identificar que as duas grandezas envolvidas são diretamente proporcionais e usar a regra de três simples para resolvê-lo. Assim:

$$\begin{array}{rcl} 150 \text{ frascos} & \text{---} & 3\,000 \text{ g} \\ 225 \text{ frascos} & \text{---} & x \end{array} \Rightarrow$$

$$x = \frac{225 \times 3\,000}{150} \Rightarrow x = 4\,500 \text{ g}$$

Outra maneira seria calcular quantos gramas cabem em cada frasco,

$$\frac{3\,000 \text{ gramas}}{150 \text{ frascos}} = 20 \text{ g/frascos} \text{ e em se-}$$

guida calcular quantos gramas caberiam nos 225 frascos. Assim, $20 \text{ g} \times 225 \text{ frascos} = 4\,500 \text{ g}$.

A alternativa correta, D, foi assinalada por 43,5% dos estudantes avaliados. Um pequeno percentual dos estudantes assinalaram a alternativa A (6,6%), possivelmente eles reconhecem que se trata de variação proporcional, porém invertem essa proporção. Já aqueles que assinalaram as alternativas B (17,7%) ou C (30,3%), provavelmente, não se apropriaram do enunciado e simplesmente adicionaram valores entre aqueles que foram dados no enunciado, demonstrando não terem desenvolvido a habilidade relacionada a proporções.

É importante que os estudantes do Ensino Médio demonstrem boa compreensão dos conceitos relacionados à variação proporcional na resolução de problemas, pois através desses conceitos são formalizadas as noções de porcentagem, semelhança de figuras, probabilidade dentre outros.

A	6,6%
B	17,7%
C	30,3%
D	43,5%

1EM

(M120104B1) A tabela abaixo apresenta a quantidade de pés de cana cortados, por hora de trabalho, por 5 trabalhadores.

Trabalhadores	QUANTIDADE PÉS DE CANA			
	1ª hora	2ª hora	3ª hora	4ª hora
Carlos	200	210	180	160
Cícero	215	200	220	180
Sandro	235	195	200	150
Paulo	220	200	190	190
Silas	230	190	225	160

De acordo com essa tabela, o trabalhador que mais cortou pés de cana foi

- A) Carlos.
- B) Cícero.
- C) Paulo.
- D) Sandro.
- E) Silas.

O item avalia a habilidade de resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas ou gráficos.

Para resolver este item, os estudantes devem produzir uma informação que não está explícita na tabela, mas que pode ser obtida somando-se o número de pés de cana cortados por cada um dos funcionários nas quatro horas trabalhadas, somando-se os valores que se encontram na mesma linha dos nomes dos trabalhadores. Em seguida, identificar qual é o maior valor entre as somas obtidas e associar esse valor a um dos cinco trabalhadores indicados nessa tabela. Os respondentes que assinalaram a alternativa B (59,7%) demonstraram ter desenvolvido a habilidade avaliada.

Os estudantes que assinalaram a alternativa A (3,7%), possivelmente, equivocaram-se ao optar pela alternativa, que representava o menor número de pés de cana cortados ao invés daquela que continha o número maior. Aqueles que

assinalaram a alternativa C (13,0%), provavelmente, consideraram a 4ª coluna como sendo a coluna que indicasse o total de pés cortados por cada trabalhador, escolhendo nessa coluna o maior valor. E, ainda, aqueles que optaram pela alternativa D (10,1%) podem ter identificado apenas o maior valor localizado na 1ª coluna. Finalmente, os estudantes que marcaram a alternativa E (13,1%) podem ter somado os valores na direção vertical e obtiveram as somas referentes ao total de pés de cana cortados por hora, escolhendo aquela com maior valor que está relacionada ao trabalhador Silas.

A leitura e a interpretação crítica de fatos do dia a dia, por meio de dados e informações apresentados em tabelas e gráficos, são desenvolvidas ao longo dos anos escolares. O tratamento da informações é importante para que, através dele, os estudantes tornem-se indivíduos críticos, questionadores e capazes de promover ações significativas no meio social.

A 3,7%

B 59,7%

C 13,0%

D 10,1%

E 13,1%

INTERMEDIÁRIO



300 | — 350 PONTOS

Neste padrão de desempenho, os estudantes reconhecem figuras planas fora da posição prototípica, reconhecem elementos de figuras tridimensionais, tais como vértices, faces e arestas, além de estabelecer relações utilizando os elementos de um círculo ou circunferência (raio, diâmetro, corda). Eles também solucionam problemas em que a razão de semelhança entre polígonos é dada, como em representações gráficas envolvendo o uso de escalas, classificam os ângulos de acordo com suas medidas e resolvem problemas envolvendo o cálculo da ampliação, redução ou conservação de ângulos, lados e área de figuras planas.

Neste padrão fica evidenciado o trabalho com a matemática dentro do contexto escolar. Esses estudantes resolvem problemas envolvendo a soma dos ângulos internos do triângulo e identificam o gráfico de uma reta, dada sua equação.

No campo Grandezas e Medidas, as habilidades que se evidenciam são as relativas às soluções de problemas envolvendo as operações com horas e minutos, incluindo transformações de diferentes unidades de medida. O estudante também calcula a medida do perímetro de figuras retangulares sem o apoio de figuras, bem como de polígonos

formados pela justaposição de figuras geométricas, inclusive nos casos em que nem todas as medidas aparecem explicitamente. Ele também calcula a medida da área de figuras retangulares sem o apoio de figuras, além de solucionar problemas envolvendo o cálculo de volume de um sólido geométrico através de suas arestas.

Além das habilidades descritas nos níveis anteriores sobre o domínio Tratamento de Informação, os estudantes analisam gráficos de colunas representando diversas variáveis, comparando seu crescimento.

No campo Números e Operações, os estudantes calculam o valor numérico de uma função e a identificam em uma situação-problema, além de identificar os intervalos de crescimento e decréscimo de uma função a partir de seu gráfico. Resolvem problema envolvendo o cálculo da posição de um termo em uma progressão aritmética. Efetuam cálculos de raízes quadradas e reconhecem as diferentes representações de um número fracionário. Resolvem problemas envolvendo porcentagem, incluindo situações de acréscimos e decréscimos e calculam expressões numéricas com números inteiros e decimais positivos e negativos.

1EM

(M100109CE) Para realizar uma excursão, a turma do 3º ano da escola Aprender pegou emprestado um capital de R\$ 1 000,00 durante 8 meses a uma taxa de 5% ao mês, a juros simples. Quanto essa turma pagou de juros por esse empréstimo?

- A) R\$ 125,00
- B) R\$ 200,00
- C) R\$ 240,00
- D) R\$ 400,00
- E) R\$ 625,00

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem problemas envolvendo juros simples.

Para resolver esse item, os estudantes poderiam proceder de duas maneiras distintas. Uma delas seria aplicar a fórmula $j = C \times i \times t$, em que j representa os juros simples, C é o capital, i é a taxa e t o tempo. Depois usar os dados apresentados no enunciado e obter:

$$j = 1000 \times \frac{5}{100} \times 8 \rightarrow j = 400 \text{ reais}$$

A outra forma seria calcular 5% de 1000 reais e multiplicar por 8, já que no sistema de juros simples o valor mensal dos juros é constante. A alternativa correta, D, foi assinalada por 37,7% dos alunos avaliados. Os estudantes que assinalaram as alternativas A (20,8%)

ou B (15,3%) podem ter confundido juros com valor de prestações e, para encontrar as respostas, teriam dividido o capital 1000 reais por 8 ou 1000 por 5, respectivamente. Os respondentes que assinalaram as alternativas C(15,3%) ou E(10,5%), possivelmente, não atribuíram significado ao contexto do problema e simplesmente operaram com os dados do enunciado, ora fazendo $(1000 \div 5) + (5 \cdot 8) = 240$ ora,

$$(1000 \div 8) \cdot 5 = 625$$

Trabalhar mecanismos que permitam que os estudantes tratem da relação existente entre dinheiro e seu real valor no tempo, por meio dos juros simples, é importante nesse nível de escolaridade, uma vez que permite que esses estudantes obtenham noções no campo financeiro.

A 20,8%

B 15,3%

C 15,3%

D 37,7%

E 10,5%

2EM

(M120736A9) Em um estojo, existem 6 canetas pretas, 7 canetas azuis e 3 canetas vermelhas. Tirando uma caneta ao acaso desse estojo, qual é a probabilidade de que ela seja azul?

- A) $\frac{7}{16}$
- B) $\frac{9}{16}$
- C) $\frac{7}{9}$
- D) $\frac{9}{7}$
- E) $\frac{16}{7}$

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem situação-problema envolvendo o cálculo da probabilidade de um evento.

Para resolver este item, primeiro é necessário que os estudantes identifiquem o espaço amostral que é conjunto formado por todas as canetas do estojo. Esse espaço amostral contém 16 elementos $(6 + 7 + 3)$. O evento é o conjunto formado apenas pelas canetas azuis num total de 7. Pela definição de probabilidade, calcula-se a probabilidade solicitada no problema como a razão $7/16$. A alternativa correta, A, foi assinalada por 39,6% dos estudantes avaliados.

A alternativa C foi assinalada por 25,0% dos estudantes que, possivelmente, consideraram o espaço amostral for-

mado apenas pelas canetas pretas e vermelhas, ou seja, retiraram o evento do espaço amostral e trabalharam apenas com o complementar. Aqueles que assinalaram a alternativa E (14,6%), provavelmente, reconhecem a probabilidade como uma razão, porém a calcularam de forma invertida. Os demais estudantes mostraram não saber identificar o evento ou o espaço amostral, o que indica que ainda não se apropriaram totalmente dos conceitos que envolvem o cálculo de uma probabilidade.

Nos textos de Matemática mais atuais já se observa a introdução de noções básicas de probabilidade desde o Ensino Fundamental, pois os estudantes dessa etapa de escolaridade já devem apresentar conhecimentos consolidados sobre essa habilidade.

A 39,6%

B 10,6%

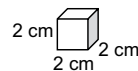
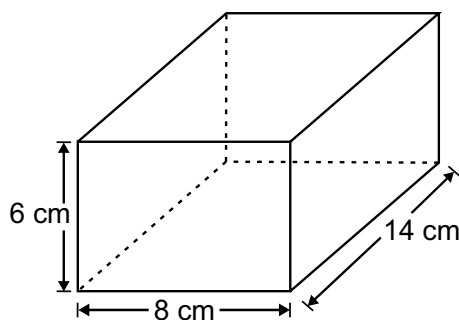
C 25,0%

D 9,9%

E 14,6%

2EM

(M090761A9) Maria vai encher completamente a caixa retangular representada abaixo com cubinhos de 2 cm de aresta.



Quantos desses cubinhos ela vai usar para encher essa caixa completamente?

- A) 12
- B) 21
- C) 28
- D) 84

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem problemas envolvendo cálculo de volume de prismas.

Para resolver esse problema, os estudantes podem proceder de pelo menos duas maneiras diferentes. Uma forma é calcular o volume do sólido multiplicando as suas três dimensões ($V = 6 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 14 \text{ cm} = 672 \text{ cm}^3$), calcular o volume do cubinho ($V = 2^3 = 8 \text{ cm}^3$) e, para determinar a quantidade de cubinhos necessárias para encher a caixa, basta dividir 672 por 8, encontrando como resposta 84 cubinhos. Outra maneira seria usar a noção intuitiva de volume, colocando os cubinhos dentro da caixa e contando quantos “cabem” ao longo do comprimento, largura e altura, assim, ao longo do comprimento de 14 cm, podem ser colocados 7 cubinhos, na largura, 4 e na altura, 3. Multiplicando essas três quantidades, obtém-se o número total de cubinhos ($7 \times 4 \times 3 = 84$ cubinhos). A alternativa correta, D,

foi assinalada por 36,3% dos estudantes avaliados, o que indica o desenvolvimento dessa habilidade.

Os demais estudantes, provavelmente, não possuem consolidados o conceito de volume e a habilidade de lidar com figuras tridimensionais, pois verificaram a quantidade de cubinhos que “caberiam” na caixa considerando apenas uma de suas faces. Os estudantes que assinalaram a alternativa C (43,8%) devem ter utilizado a base do prisma fazendo $8 \times 14 = 112$ e, em seguida, dividiram esse valor por 4, que seria a área da base de cada cubinho.

É esperado que nessa etapa de escolarização, os estudantes saibam lidar com os sólidos geométricos, reconhecendo suas três dimensões e compreendendo a noção intuitiva de volume, uma vez que esses estudantes caminham para o último ano do Ensino Médio.

A 10,1%

B 8,5%

C 43,8%

D 36,3%

2EM

(M110017CE) A maquete de um edifício foi construída na escala de 1:400.

Se a altura da maquete é 0,08 m, qual é a altura real desse edifício?

- A) 96 metros.
- B) 48 metros.
- C) 40 metros.
- D) 32 metros.
- E) 24 metros.

O pensamento proporcional é importante não só por sua aplicação no campo matemático, mas por ser um dos conteúdos de maior aplicabilidade em outras áreas de conhecimento e também no cotidiano dos estudantes. A proporção é trabalhada em quase todas as etapas de escolaridade e, portanto, é esperado que ao final do 2º ano do Ensino Médio, os estudantes sejam capazes de resolver problemas envolvendo essa habilidade.

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem uma situação-problema envolvendo a variação proporcional entre grandezas diretamente proporcionais.

Para resolver este item, os estudantes precisam entender que informar que a maquete foi construída na escala de 1:400 é o mesmo que associar cada unidade de comprimento na maquete a 400 unidades de comprimento do edifício

real. Portanto, as grandezas envolvidas no problema, altura da maquete e altura real do edifício, são diretamente proporcionais. Uma forma de encontrar a altura real do edifício é utilizar uma regra de três simples:

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ m} & \text{---} & 400 \text{ m} \\ 0,08 \text{ m} & \text{---} & x \end{array} \Rightarrow x = \frac{0,08 \times 400}{1} = 32 \text{ m}$$

ou, quando o estudante já está familiarizado com as escalas, pode efetuar a multiplicação $x = 0,08 \times 400 = 32 \text{ m}$. A alternativa correta, D, foi assinalada por 29,2% dos estudantes avaliados.

Observa-se que houve uma grande dispersão na escolha da alternativa pelos respondentes, o que mostra que um percentual considerável desses estudantes (70,5%) ainda não desenvolveram a habilidade avaliada.

A	16,0%
B	27,9%
C	17,9%
D	29,2%
E	8,7%

ADEQUADO



350 PONTOS E ACIMA

No nível adequado, o que se percebe como salto qualitativo em relação às habilidades descritas para os estudantes posicionados neste nível da escala, quando comparadas aos níveis anteriores e às das séries escolares mais baixas, é a ampliação da capacidade de análise do estudante e maior discernimento e perspicácia na leitura dos dados e informações explícitos, conduzindo para a interpretação e inferências de informações implícitas.

Neste padrão, os estudantes demonstram habilidade em analisar gráficos de linha e conseguem estimar quantidades baseadas em diferentes tipos de gráficos, além disso, conseguem obter a média aritmética de um conjunto de valores.

No campo das Medidas, os estudantes conseguem calcular a medida do perímetro de polígonos sem o apoio de malhas quadriculadas, resolver problemas de cálculo da medida de área com base na contagem das unidades de uma malha quadriculada, cuja unidade de medida de área é uma fração do “quadrado” da malha, além de calcular a medida da área de figuras simples e de figuras formadas pela composição das mesmas sem uso da malha quadriculada. Eles também calculam a medida do volume de paralelepípedos e de cilindros, bem como a área total de alguns

sólidos, além de relacionar corretamente metros cúbicos com litros.

No campo Algébrico e Numérico, esses estudantes calculam o resultado de expressões numéricas mais complexas. Resolvem equações do 1º grau, 2º grau e exponenciais, além de problemas que recaem em equações do 1º e 2º graus. Identificam o gráfico de uma função, intervalos em que os valores são positivos e negativos e pontos de máximo ou mínimo. Interpretam geometricamente o significado do coeficiente angular e linear de uma função afim e associam as representações algébricas e geométricas de um sistema de equações lineares. Calculam probabilidades de um evento usando o princípio multiplicativo. Resolvem problemas envolvendo: grandezas inversamente proporcionais, juros simples, PA e PG, princípio multiplicativo e combinações simples.

No campo Geométrico, o estudante é capaz de calcular o número de diagonais de um polígono, além de utilizar as diferentes propriedades de polígonos regulares. Resolvem problemas envolvendo semelhança, relações métricas e razões trigonométricas no triângulo retângulo. Identificam a equação da reta a partir de dois pontos num plano cartesiano, além de determinar o ponto de intersecção entre duas retas.

1EM

(M090396A9) Em uma butique, o lucro da venda dos vestidos pode ser calculado pela equação $L(x) = x^2 - 14x + 240$, em que x é a quantidade de vestidos vendidos no mês. Ao final de um mês, o estabelecimento lucrou 272 reais.

A quantidade de vestidos vendidos nesse mês foi

- A) 24
- B) 18
- C) 16
- D) 15

O item avalia a habilidade de os estudantes resolverem uma situação-problema envolvendo função quadrática.

Para resolver este item, os estudantes precisam identificar as variáveis *lucro* e *quantidade de vestidos vendidos* na expressão apresentada no enunciado. Devem, ainda, notar que esse lucro varia de acordo com a quantidade de vestidos vendidos. A partir daí, deve-se procurar o valor de x no domínio da função, cuja imagem é 272, para isso, é preciso substituir o $L(x)$ pelo valor informado, gerando uma equação do segundo grau que tem como forma reduzida $x^2 - 14x - 32 = 0$. Essa equação possui uma raiz negativa que deve ser descartada por não fazer parte do domínio da função e a outra, 16, é a solução do problema.

Pode-se observar que houve uma dispersão entre as alternativas de resposta, o percentual considerável de estudantes que assinalou a alternativa A (32,4%) não se apropriou do

enunciado de forma adequada não percebendo que o valor informado do lucro do mês em questão, 272 reais, deveria ser utilizado em substituição ao $L(x)$ da equação e calculando as raízes da equação $x^2 - 14x - 240 = 0$. Os estudantes que selecionaram as alternativas B ou D totalizam 39,4%. Esses estudantes, provavelmente, perceberam o papel do lucro informado no enunciado, porém cometeram erros na resolução da equação encontrada.

Resolver problemas envolvendo funções quadráticas é uma habilidade que depende diretamente da resolução de equações do 2º grau, que é um conteúdo trabalhado no final do Ensino Fundamental, sendo aprofundado no 1º ano do Ensino Médio com o acréscimo dos conceitos de função. Espera-se que, nessa etapa da escolarização, os estudantes sejam capazes de resolver problemas envolvendo funções quadráticas.

A 32,4%

B 26,5%

C 27,1%

D 12,9%

2EM

(M110018A9) Uma quadra retangular tem 28 m de comprimento por 15 m de largura. Quanto mede o perímetro dessa quadra?

- A) 43 m
- B) 86 m
- C) 129 m
- D) 380 m
- E) 420 m

O item avalia a habilidade de os estudantes calcularem o perímetro de figuras planas em uma situação-problema.

Para resolver este item, os estudantes precisam conhecer o conceito de perímetro de uma figura geométrica como a soma das medidas de todos os seus lados. No problema em questão, a quadra está relacionada a um retângulo, esses estudantes precisam saber que se trata de uma figura geométrica com dois pares de lados paralelos e congruentes e, portanto, seu perímetro será dado por $28\text{ m} + 15\text{ m} + 28\text{ m} + 15\text{ m} = 86\text{ m}$. A alternativa correta, B, foi assinalada por 29,6% dos estudantes avaliados.

A escolha da alternativa A foi feita por 39,5% dos estudantes que, provavelmente não conhecem a definição de

“retangular” ou ainda associam o perímetro à “soma das medidas dos lados, desconsiderando os lados congruentes. Os estudantes que assinalaram a alternativa E (20,3%), possivelmente, confundiram o conceito de perímetro com o conceito de área, fazendo o produto das dimensões informadas no enunciado.

O perímetro é um conceito da Geometria desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, além de ser de grande aplicação no cotidiano dos estudantes; por isso, espera-se que eles, a caminho do último ano do Ensino Médio, tenham desenvolvido a habilidade de resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros de figuras planas, uma vez que nessa etapa de escolarização já estão em contato com conteúdos mais complexos referentes à Geometria Espacial.

A 39,5%

B 29,6%

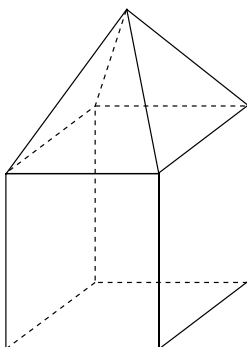
C 5,5%

D 5,0%

E 20,3%

2EM

(M110011A9) A figura abaixo foi formada pela junção de um paralelepípedo e uma pirâmide de base quadrangular.



Quantas arestas tem essa figura?

- A) 20
- B) 16
- C) 12
- D) 9
- E) 8

O item avalia a habilidade de os estudantes identificarem o número de faces, arestas e vértices de figuras geométricas tridimensionais representadas por desenhos.

Para resolver este item, os estudantes devem conhecer a definição de aresta como o segmento de reta resultante do encontro de duas faces consecutivas e, a partir daí, contar o número de arestas da figura. Deve-se estar atento para as arestas que são comuns aos dois sólidos utilizados para formar a figura do suporte, evitando, assim, elementos duplicados na contagem. A alternativa correta, B, foi assinalada por 39,4% dos estudantes avaliados, demonstrando que esses estudantes desenvolveram a habilidade avaliada.

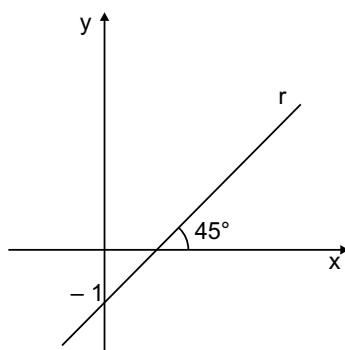
Chama atenção o percentual de estudantes que optaram pela alternativa D (31,8%); esses estudantes, possivelmente, confundem os conceitos de arestas e vértices, escolhendo a opção que representa o número de vértices do poliedro. Já os estudantes que assinalaram a alternativa C ou E (24,2%) parecem ter considerado as arestas de apenas um dos poliedros da composição, não considerando a pirâmide na alternativa C e na alternativa E não consideraram o cubo.

É importante para o aprofundamento dos estudos da Geometria Espacial, que os estudantes nessa etapa de escolarização tenham pleno conhecimento a respeito dos elementos dos sólidos geométricos, faces, vértices e arestas.

A	4,4%
B	39,4%
C	11,0%
D	31,8%
E	13,2%

3EM

(M120005CE) Veja o esboço do gráfico abaixo.



Sabendo que $\text{tg } 45^\circ = 1$, podemos dizer que os coeficientes angular (m) e linear (n) da reta r são

- A) $m = 1$ e $n = -1$.
- B) $m = 1$ e $n = 0$.
- C) $m > 1$ e $n = -1$.
- D) $m < 1$ e $n < -1$.
- E) $m > 1$ e $n > 0$.

O item avalia a habilidade de interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.

Para resolver este item, os estudantes precisam reconhecer o significado geométrico dos coeficientes e associar o coeficiente angular (m) ao valor da tangente de 45° e o coeficiente linear à ordenada do ponto de interseção da reta com o eixo das ordenadas. Assim, $m = 1$ e $n = -1$. A alternativa correta, A, foi assinalada por 36,9% dos estudantes avaliados.

Um percentual considerável dos estudantes, 24,2%, assinalou a alternativa C, identificando corretamente o coeficiente linear ($n = -1$), considerando o coeficiente angular $m > 1$ por perceber que a função é crescente.

É importante que os estudantes aprendam a utilizar modelos para a solução de problemas que possam levá-los a compreender uma aplicação real e prática da Matemática envolvendo, por exemplo, o cálculo de distâncias.

A 36,9%

B 14,7%

C 24,2%

D 15,9%

E 8,0%

3EM

(M110017A9) Uma produtora de vinhos armazena seu produto em recipientes de 54 m^3 . Quantas garrafas de 750 mL podem ser enchidas com o vinho de um desses recipientes?

- A) 14 000
- B) 40 500
- C) 69 600
- D) 72 000
- E) 80 400

O item avalia a habilidade de resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.

Para resolver este item, os estudantes precisam conhecer as relações entre metro cúbico e litro e entre litro e mililitro. Eles podem transformar 54 m^3 em 54 000 L, em seguida, uma das formas de resolução desse item seria transformar 54 000 L em 54 000 000 mL e depois dividir esse valor por 750 mL, encontrando, assim, 72 000 garrafas. A alternativa correta, D, foi assinalada por 23,0% dos estudantes avaliados.

Um alto percentual de estudantes assinalou a alternativa B (30,4%), possivelmente esses estudantes efetuaram a multiplicação dos dois valores apresentados no enunciado ($54 \times 750 = 40 500$), portanto não se apropriaram do

enunciado do problema. Os estudantes que assinalaram a alternativa C (17,8%), provavelmente, fizeram a subtração $750 - 54 = 696$ e acrescentaram dois zeros como se estivessem realizando transformação de unidades. Aqueles que optaram pela alternativa A (17,4%), possivelmente, realizaram a divisão de 750 por 54 e multiplicaram por 1 000 encontrando, por aproximação, 14000. Já os que assinalaram a alternativa E (11,0%) devem ter realizado a soma de 750 com 54, em seguida, multiplicaram por 100 realizando uma transformação de unidade.

É importante que os estudantes percebam que utilizamos unidades de medida diferentes para medir grandezas diferentes e que, para podermos comparar um valor com outro, utilizamos unidades de medida padrão.

A	17,4%
B	30,4%
C	17,8%
D	23,0%
E	11,0%

3EM

(M120053A9) Qual é a equação da reta que passa pelos pontos A(1, 6) e B(-2, 12)?

A) $y = -18x + 24$

B) $y = -6x$

C) $y = -2x + 8$

D) $y = -0,5x + 4$

E) $y = 6x$

O item avalia a habilidade de os estudantes determinarem uma equação da reta a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.

Para resolver este item, os estudantes devem saber que a equação reduzida de uma reta é do tipo $y = ax + b$ em que a é o coeficiente angular e b o coeficiente linear. O coeficiente angular é determinado pela razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, em que

$\Delta y = y_2 - y_1$ e $\Delta x = x_2 - x_1$. Nesse caso,

$$a = \frac{12 - 6}{-2 - 1}, \text{ portanto } a = -2. \text{ Para de-}$$

terminar o coeficiente linear, uma das formas é utilizar o coeficiente angular que foi calculado anteriormente, criar a equação reduzida $y = -2x + b$ e determinar b usando a ideia de que um dos pontos, A ou B, verifica essa equação. Usando o ponto A, por exemplo, substitui-se x por 1 e y por 6 ($6 = -2 \cdot 1 + b$), encontrando $b = 8$. Portanto, a equação da reta procurada é $y = -2x + 8$. A alternativa correta, C, foi assinalada por 24,2% dos estudantes avaliados.

Os estudantes que assinalaram a alternativa A (36,9%) utilizaram os pontos A (1,6) e B (-2,12) e, substituindo-os na equação y

$= ax + b$, encontrando como siste-

$$\text{ma } \begin{cases} a + b = 6 \text{ (I)} \\ -2a + b = 12 \text{ (II)} \end{cases}, \text{ no qual, } a$$

representa o coeficiente angular e b o coeficiente linear. Em seguida, realizaram a adição das equações do sistema, de maneira errada, encontrando $-m = 18$, logo, $m = -18$ e $q = 24$, obtendo a equação da reta $y = -18x + 24$.

O trabalho com a geometria analítica permite a articulação entre geometria e álgebra. Para que essa articulação seja significativa, é importante o entendimento de equações através das representações geométricas e vice-versa. Essas equações devem ser deduzidas e não, simplesmente, apresentadas aos estudantes, para que, então, se tornem significativas, em especial, quanto ao sentido geométrico de seus parâmetros.

A 36,9%

B 14,7%

C 24,2%

D 15,9%

E 8,0%

COM A PALAVRA, O PROFESSOR

LIDANDO COM EXPECTATIVAS

Professora aponta as dificuldades e o prazer de lecionar

Com 16 anos de profissão, sendo os quatro últimos na rede pública, Adriana Ferreira Mendonça revela que desde cedo se identificou com a carreira de professora. Licenciada em Matemática e com especialização em ensino da Matemática em andamento, ela conta que a opção surgiu durante o curso de Licenciatura, no qual teve contato com bons professores que a incentivaram e serviram de exemplo.

A professora acredita que a escola deixou de ser apenas um lugar para decorar fórmulas e aprender a ler. Ela também tem a função de “oportunizar ao aluno cultura, arte, tecnologia, informação, política e orientação sexual, ou seja, permitir que ele tenha meios para construir suas próprias ideias”.

Responsável por quatro turmas de 1ª série do Ensino Médio, com um total de, aproximadamente, 200 alunos, Adriana afirma que entrar em sala de aula é desafiador: “lidar com a expectativa (ou a falta dela) do aluno também é um desafio. Além de estar sempre aberta ao novo, às constantes mudanças da informação, da tecnologia da linguagem e, dentro de tudo isso, repensar

constantemente minha prática dentro do ambiente escolar”, completa.

Avaliação e seu uso pedagógico

Para a experiente professora, as dificuldades do ensino da Matemática não são novas. Segundo ela, os grandes desafios para a aprendizagem da disciplina são a leitura e a escrita. “Muitos alunos apresentam dificuldades na aprendizagem por causa das deficiências de leitura, e isso acaba se refletindo não apenas na Matemática, mas também em todas as outras disciplinas”, explica.

Desde que utilizados corretamente, os resultados das avaliações externas podem beneficiar a aprendizagem. Adriana afirma que eles são importantes, pois fornecem os indicadores comparativos que servirão de base para que a escola possa buscar meios de minimizar as dificuldades dos alunos.

Questionada sobre como esses resultados podem ser úteis para o planejamento das atividades em sala de aula, a professora afirma que as avaliações externas devem ser um instrumento de trabalho. “Avaliar é também investigar e, em toda investigação, precisamos

de dados, informações. Os resultados das avaliações externas podem contribuir na elaboração de atividades e das avaliações internas que tenham como propósito a melhoria da aprendizagem do aluno”, argumenta.

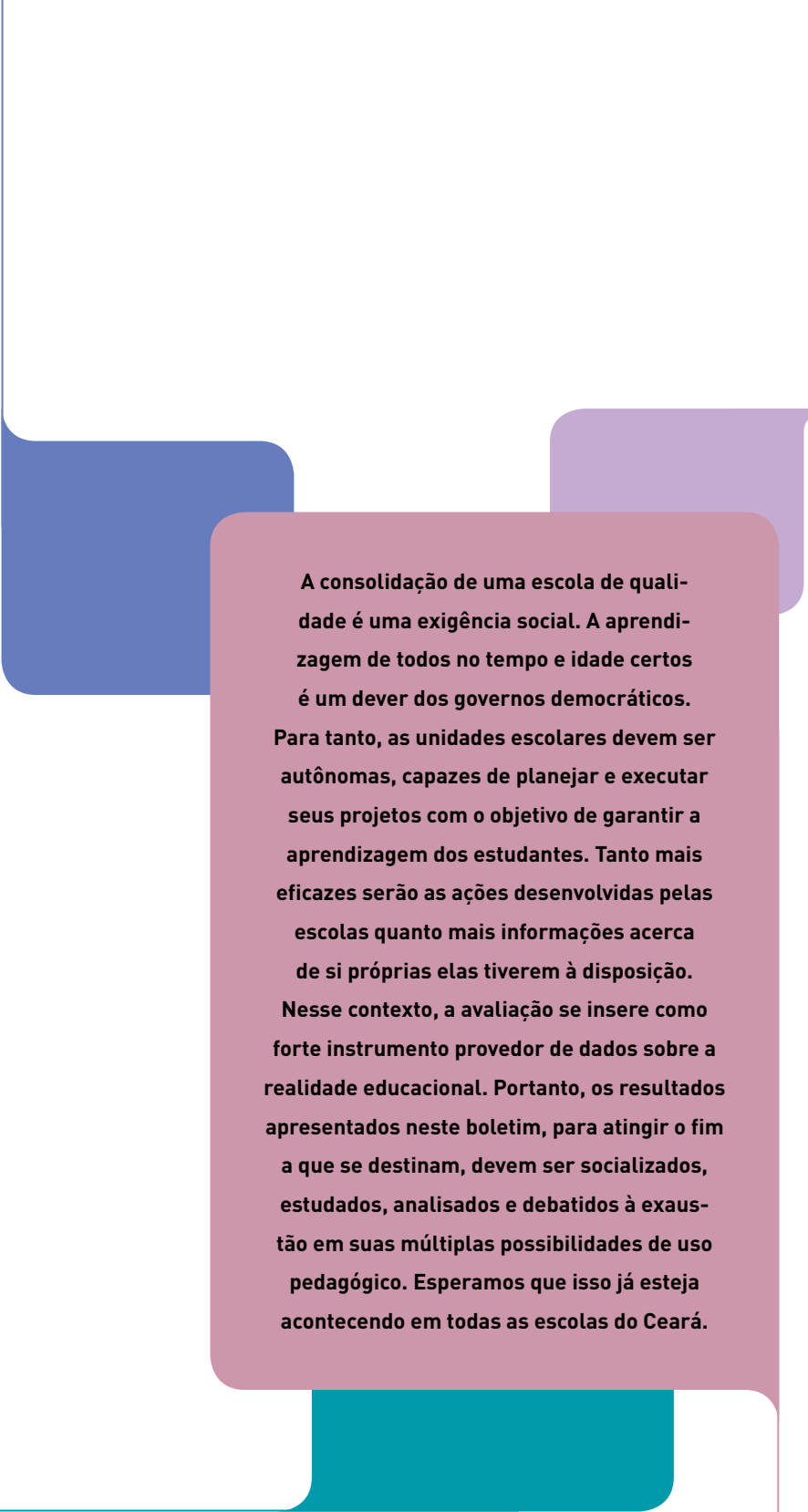
Adriana acredita na utilidade da metodologia para elaboração dos testes de múltipla escolha, que implica na melhor qualidade das avaliações. “Itens bem elaborados, que atendam a critérios mais rígidos em sua formulação, de linguagem, comunicação e didática, por exemplo, podem ser muito úteis na análise de seus resultados.”, explica. Além disso, a sua utilização pode contribuir na análise dos resultados e na tomada de decisões em relação às práticas pedagógicas. No entanto a educadora adverte que é importante que todo professor tenha os cuidados necessários na elaboração de itens, para poder tornar as avaliações mais funcionais.

Para Adriana, as avaliações em sala de aula, tema de amplas discussões, são parte integrante dos processos de ensino e de aprendizagem. A professora defende que elas devem servir de diagnóstico para ações futuras que permitam a melhoria do desempenho dos alunos.

Ela falou sobre a utilidade pedagógica dos padrões de desempenho determinados pelo estado do Ceará. De acordo com Adriana, os dados da avaliação têm servido de base para implementar projetos e práticas pedagógicas dentro das escolas, com o intuito de melhorar os resultados apresentados.

A professora, também, revelou que sempre faz uso dos boletins pedagógicos, pois eles apresentam práticas do cotidiano, projetos interessantes e experiências de outros professores, que podem ajudar a melhorar o seu planejamento de aulas. “Esses boletins deveriam fazer parte da formação continuada de todo professor”, declara.

Encerrando a conversa, perguntamos para que serve uma escala de proficiência. Adriana afirma que, com a utilização da escala, pretende-se avaliar o desempenho não apenas de um aluno, mas de um conjunto. “Os resultados da avaliação são apresentados em níveis. Uma escala de proficiência permite uma análise reflexiva dos dados da escola para posteriores intervenções nas práticas pedagógicas”, conclui.



A consolidação de uma escola de qualidade é uma exigência social. A aprendizagem de todos no tempo e idade certos é um dever dos governos democráticos. Para tanto, as unidades escolares devem ser autônomas, capazes de planejar e executar seus projetos com o objetivo de garantir a aprendizagem dos estudantes. Tanto mais eficazes serão as ações desenvolvidas pelas escolas quanto mais informações acerca de si próprias elas tiverem à disposição. Nesse contexto, a avaliação se insere como forte instrumento provedor de dados sobre a realidade educacional. Portanto, os resultados apresentados neste boletim, para atingir o fim a que se destinam, devem ser socializados, estudados, analisados e debatidos à exaustão em suas múltiplas possibilidades de uso pedagógico. Esperamos que isso já esteja acontecendo em todas as escolas do Ceará.



Reitor da Universidade Federal de Juiz de Fora
Henrique Duque de Miranda Chaves Filho

Coordenação Geral do CAEd
Lina Kátia Mesquita Oliveira

Coordenação Técnica do Projeto
Manuel Fernando Palácios da Cunha Melo

Coordenação da Unidade de Pesquisa
Tufi Machado Soares

Coordenação de Análises e Publicações
Wagner Silveira Rezende

Coordenação de Instrumentos de Avaliação
Verônica Mendes Vieira

Coordenação de Medidas Educacionais
Wellington Silva

Coordenação de Operações de Avaliação
Rafael de Oliveira

Coordenação de Processamento de Documentos
Benito Delage

Coordenação de Produção Visual
Hamilton Ferreira

Responsável pelo Projeto Gráfico
Edna Rezende S. de Alcântara

Ficha Catalográfica

VOLUME 3 – MATEMÁTICA – Ensino Médio

CEARÁ. Secretaria da Educação. SPAECE – 2011 / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. v. 3 (jan/dez. 2011), Juiz de Fora, 2011 – Anual

CARLOS, Pablo Rafael de Oliveira; COELHO, Janaína Aparecida Ponte; CUNHA, Cecilia Cavedagne; MORAES, Tatiane Gonçalves de (coord.); OLIVEIRA, Lina Kátia Mesquita; PAULA, Luciara Alves de; PEREIRA, Bruno Rinco Dutra; TINOCO, Dayane Cristina Rocha; ZAGNOLI, Tiago de Paula.

Conteúdo: Ensino Médio - Matemática

ISSN 1982-7644

CDU 373.3+373.5:371.26(05)

SEÇÕES

- A importância dos resultados
- A escala de proficiência
- Padrões de desempenho estudantil
- O trabalho continua